

**Feladatgyűjtemény
a
vállalkozás finanszírozáshoz**

2006.

1. ALAPFOGALMAK

- 101. Egy betét névleges kamatlába évi 20%, melyhez negyedévenkénti kamatjótérítés tartozik. Mekkora hozamot jelent ez éves szinten?**

Megoldás: 21,5%

- I. A névleges kamatlábat időarányosan szokták számítani, tehát úgy veszik, hogy éven belül nincs kamatjótérítés, azaz a képződött kamat maga nem kezd el kamatozni. Ezáltal a tőke időben lineárisan növekszik. Egy adott periódusú befektetés hozamát tehát egyszerű időarányosítással váltják át éves szintre és hirdetik meg. Ez a konstrukció névleges kamatlába, jele: k . A valódi éves hozam (r) ettől eltér (nagyobb lesz), ha a konstrukció olyan, hogy éven belül is van kamatjótérítés. Mindig figyeljünk a kamatláb és hozam fogalom-pár helyes használatára!
- A mi betétünk egy negyedév alatt az éves kamatláb negyedét, azaz 5% kamatot fizet. Ha ezt egy év alatt négyszer, kamatos kamattal újra befektetjük, a végső tőke összeg $1,05^4 = 1,215$ -szerese az induló összegnek.

Pl.: 1Ft-ból (C_0) 1,215Ft-unk (C_1) lesz egy év múlva.

Ebből a hozam (r) értéke: $(C_1 - C_0) / C_0 = (1,215\text{Ft} - 1\text{Ft}) / 1\text{Ft} = 0,215 = 21,5\%$

A hozam másképpen: a nyereség és a befektetett tőke hányadosa. Esetünkben: $0,215\text{Ft} / 1\text{Ft} = 0,215$.

- II. A hozam és a névleges kamatláb közti átszámítási képlet: $r = (1 + k / m)^m - 1$, ahol m az egy éven belüli kamatfizetési periódusok száma.

A képlet alapján: $r = (1 + 0,2 / 4)^4 - 1 = 0,215$.

- 102. Mekkora kamatot kell meghirdetni, ha azt akarjuk, hogy folytonos kamatszámítás mellett, az effektív hozam 30% legyen?**

Megoldás: $\ln 1,3 = 0,2624 = 26,24\%$

Folytonos kamatszámítás mellett a meghirdetett névleges kamatláb (i) és az effektív hozam (r) között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$\ln(1 + r) = i$$
$$e^{it} = (1 + r)^t$$

Mivel a feladatban az effektív hozamot adták meg, az összefüggés első formáját lehet jól használni. Tehát az r -ből így kell meghatározni az i -t.

- 103. Számítsa ki, hány forint lenne a bankszámláján 7 év múlva, ha „ma” 20.000Ft-ot helyezne el és a bank évi 9% kamatot ígér:**

- a) **évi kamatfizetéssel**
- b) **félévenkénti kamatfizetéssel**
- c) **negyedévenkénti kamatfizetéssel**
- d) **folyamatos kamatozással.**

Megoldás: a) 36.561Ft
b) 37.039Ft

- c) 37.291Ft
d) 37.552Ft

Egyszerű kamatos kamat számításával

$$FV = C \times (1 + r)^t = 20.000\text{Ft} \times (1 + 0,09)^7 = 36.561\text{Ft}$$

Az éven belüli kamatfizetés (tőkésítés) figyelembe vételével

$$FV = C \times (1 + k/m)^{t \times m} = 20.000\text{Ft} \times (1 + 0,09/2)^{7 \times 2} = 37.039\text{Ft}$$

$$FV = C \times (1 + k/m)^{t \times m} = 20.000\text{Ft} \times (1 + 0,09/4)^{7 \times 4} = 37.291\text{Ft}$$

A folyamatos kamatozás képletének alkalmazásával

$$FV = C \times e^{i \times t} = 20.000\text{Ft} \times e^{0,09 \times 7} = 37.552\text{Ft}$$

104. Ha egy évre az elvárt hozam 25%, akkor mekkora a diszkontfaktor?

Megoldás: 0,8

A diszkontfaktor azt mutatja meg, hogy a jelenérték hányad része a jövőértéknek.

$$DF = PV/FV$$

Most $r=0,25$. A jelenérték legyen 1, ekkor a jövőérték 1,25.

$$DF = 1/1,25 = 0,8$$

Megjegyzés: ha nem pont egy évről van szó, akkor is ez az összefüggés az időszakra számított teljes hozam és a diszkontfaktor között. Ha pl. 5 év alatt lesz 1 forintból 1,25 akkor is a hozam (5 évre összességében) 25%, a diszkontfaktor pedig 0,8.

105. Egy betét kamatlába 20%, a várt infláció 10%. Mekkora a reálhozam pontos értéke?

Megoldás: 9,1%

Alapértelmezésben a nominális hozamokról beszélünk. A kamatlábként megadott 20% is nominális adatot jelent. Egy év múlva nominál értékben vagyonunk 1,2-szeresre nő, de ez az egész 1,1-ed részt veszít reálértékben az infláció miatt. 1,2/1,1-szeresére nőtt a vagyonunk reálértékben.

$$\text{A reálhozam: } r_{\text{reál}} = (1 + r_{\text{nominál}}) / (1 + \text{infláció}) - 1 = 1,2/1,1 - 1 = 0,091 = 9,1\%.$$

Megjegyzés: közelítőleg a reálhozam a nominál hozam és az infláció különbségével egyenlő: $r \approx r_{\text{nominál}} - \text{infláció}$, most éppen $20\% - 10\% = 10\%$. Ezt azonban csak igen kicsi inflációs értékek esetén szokták elfogadni, és semmikor sem a pontos érték.

106. Egy befektetési konstrukció feltételei a következők: 2 millió forint befizetésével egy 10 éves járadékot lehet megszerezni, amelynek kifizetése minden év végén esedékes, nagysága előre rögzített. Mekkora a járadéktag minimálisan elvárt nagysága, ha az elvárt hozam évi 15%? Segítő adatok: annuitásfaktor (10 év, 15%): 5,019, diszkontfaktor (10 év, 15%): 0,247.

Megoldás: $2\text{mFt}/5,019 = 398,5\text{eFt}$

Az ilyen pénzáramlást annuitásnak nevezzük. Az annuitás jelenérték-számításának egyszerűsítő képlete: $PV = C \times (1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t]$, ahol

C az évente (időszakonként) megkapott összeg (a járadéktag),
r az egy időszakra jutó elvart hozam,
t pedig az időszakok száma.

Ebből az $(1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t]$ kifejezést az $AF_{(t, r)}$ (annuitásfaktor t és r paraméterek mellett).

Most éppen $t=10$ év és $r=15\%$ mellett az annuitásfaktor: 5,019

$$(1/0,15) \times [1 - 1/(1+0,15)^{10}] = 5,019.$$

Az annuitásfaktor tehát azaz érték, amellyel a járadéktagot megszorozva éppen a jelenértéket kapjuk: $PV = C \times AF_{(t, r)}$

Ebből a járadéktag értéke: $C = PV / AF_{(t, r)}$

Az annuitás jelenértéke a mostani befizetés kell hogy legyen, tehát a járadéktag:

$$C = PV / AF_{(t=10 \text{ év}, r=15\%)} = 2mFt / 5,019 = 398,5eFt.$$

107. Az alábbi két fizetési konstrukció közül választhat:

- a) egy összegben kifizeti a 2 millió forintos vételi árat most, vagy
- b) két éven át, állandó havi törlesztésekkel fogja kifizetni, amelynek első részlete egy hónap múlva lesz esedékes.

Mekkora a reális törlesztő részlet az utóbbi esetben, ha az éves névleges kamatláb 24%? (AF: annuitásfaktor, DF: diszkontfaktor)

$$\text{Megoldás: } 2mFt / AF_{(24, 2\%)} = 105.7eFt$$

Az előző kérdéshez hasonlóan ismét annuitásról van szó. Az ismeretlen megint a járadéktag, vagyis hogy havonta mekkora összeget kell fizetni. Az annuitás alapképletéből levezetve: $PV = C \times AF_{(t, r)}$, ebből $C = PV / AF_{(t, r)}$

Arra kell figyelni, hogy a periódus nem egy év, hanem egy hónap. (t) értéke tehát nem 2, hanem 24, hiszen 24 befizetésről van szó. Az egy időszakra jutó hozam pedig az éves kamatláb 12-ed része: $r_{\text{havi}} = 24\% / 12 = 2\%$.

A képlet tehát: $C = PV / AF_{(t=24, r=2\%)}$.

108. Egy örökjáradék-kötvényt 10 millió Ft-os árfolyamon szeretnének kibocsátani. A kötvény évente egyszer fix összeget fizet, legközelebb éppen egy év múlva. Mennyi legyen a járadéktag, ha az elvart hozam évi 20%

$$\text{Megoldás: } 10mFt \times 0,2 = 2mFt$$

Ezúttal örökjáradékról van szó, hiszen a pénzsorozat a végtelenig tart. Az örökjáradék képlete: $PV = C/r$

Ebből C, azaz a járadéktag nagysága: $C = PV \times r = 10mFt \times 0,2 = 2mFt$

109. Ön egy olyan vállalkozásba fektetne, amely a: következő év végén várhatóan 1mFt-ot jövedelmez, majd ez az összeg minden évben 10%-kal nő beláthatatlanul hosszú ideig. Megéri-e 10mFt-ot a vállalkozásba fektetni, ha az elvart éves hozam 20%?

Megoldás: $NPV = -10 + 1/(0,2-0,1) = 0$ közömbös

Ezúttal egyenletes ütemben növekvő örökjáradékról van szó, hiszen a sorozat a végtelenig tart, de minden évben 10%-kal nő az egyes pénzáramlások értéke. Az egyenletes ütemben növekvő örökjáradék összegképlete: $PV = C_1/(r-g)$, ahol

C_1 az első időszak végén esedékes összeg
 g az időszakra jutó növekedési ütem.

Most a pénzáramlások értéke: $PV = 1mFt/(0,2-0,1) = 1mFt/0,1 = 10mFt$

A vállalkozás NPV-je: $NPV = PV - C_0 = 10mFt - 10mFt = 0mFt$

Ha az $NPV = 0$, akkor közömbös a megvalósítás.

- 110. 8 millió Ft-ot kölcsönt kapott 5 évre, évi 15%-os kamatra, melyet egyenlő részletekben kell visszafizetnie. Mennyi lesz az éves törlesztő részlet összege?**

Megoldás: 2.386.524Ft

Az éves költség egyenértékes, azaz a járadékszámításnál használt annuitás faktor képletét kell alkalmazni, vagyis

törlesztő részlet = jelenérték / annuitás faktor

$$C = PV / \left\{ (1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t] \right\}$$

$$C = 8mFt / \left\{ (1/0,15) \times [1 - 1/(1+0,15)^5] \right\} = 2.386.524Ft$$

- 111. Egy vállalkozó 40 millió Ft hitelt kapott a banktól 18%-os kamatláb mellett. 8 éves lejáratra. A kölcsönt egyenlő részletekben kell visszafizetnie. Mekkora ezek a részletek? Az első törlesztő részletből mennyi lenne a kamat, és milyen összeggel csökkenne a tőketartozás?**

Megoldás: a) 9.809.774Ft
 b) kamat: 7.200.000Ft
 tőketörlesztés: 2.609.774Ft

Az éves költség egyenértékes képletével:

törlesztő részlet = jelenérték / annuitás faktor

$$C = PV / \left\{ (1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t] \right\}$$

$$C = 40mFt / \left\{ (1/0,18) \times [1 - 1/(1+0,18)^8] \right\} = 9.809.774Ft$$

$$\text{kamat: } 40.000.000Ft \times 18\% = 7.200.000Ft$$

- 112. Öt év múlva 2,5 millió Ft-ra lesz szüksége. Mekkora összeget kellene ma elhelyezni a bankban, ha évi 20%-os betéti kamatra számíthat? Mekkora összeget kellene minden évben (év elején) megtakarítani, hogy ugyanezt a célt elérje?**

Megoldás: a) 1.004.694Ft
 b) 279.958Ft

Az öt év múlva esedékes 2,5mFt jelenértéke:

$$PV = C_5 / (1+r)^5 = 2,5 \text{mFt} / (1+0,2)^5 = 1.004.694 \text{Ft}$$

Az évenkénti megtakarításokkal ugyanezt a jelenértéket kell elérnünk, tehát éves költség egyenértékessel:

$$\text{törlesztő részlet} = \text{jelenérték} / \text{lízing faktor} = \text{jelenérték} / (1 + AF_{t-1})$$

$$C = PV / \{1 + (1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t]\}$$

$$C = 1.004.694 \text{Ft} / \{1 + (1/0,2) \times [1 - 1/(1+0,2)^4]\} = 279.958 \text{Ft}$$

- 113. Eredetileg azt tervezte, hogy 10 éven keresztül évi 10 ezer forintot helyez el a bankszámláján. Az első négy évben minden év végén be is fizette a 10 ezer forintokat. A későbbi megtakarításait azonban más formában fektette be. Mekkora összeget vehetett fel a 10. év végén a bankszámlájáról, ha az évi kamatláb 12% volt?**

Megoldás: 94.335Ft

Az évenkénti azonos összeg befizetése annuitást jelent, melynek jelenértéke a képlet alapján:

$$PV = C \times (1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t]$$

$$PV = 10.000 \text{Ft} \times (1/0,12) \times [1 - 1/(1+0,12)^4] = 30.373 \text{Ft}$$

Ennek a jelenértéknek a 10. év végén esedékes jövőértéke:

$$FV = PV \times (1+r)^t = 30.373 \times (1+0,12)^{10} = 94.334 \text{Ft}$$

- 114. Egy bank 20%-os névleges kamatláb mellett negyedévenkénti kamatjövőáírást ígér a betéteseknek. Mekkora összeget kellene minden negyedév végén elhelyezni a betétszámlán. ha azt akarja, hogy az 5. év végén 100 ezer forintja legyen?**

Megoldás:

A 100 ezer forint jelenértéke a tőkésítés gyakoriságának figyelembe vételével

$$PV = C_t / (1+r/m)^{t \times m} = 100.000 \text{Ft} / (1+0,2/4)^{5 \times 4} = 37.689 \text{Ft}$$

Ezt jelenértéket felhasználva az annuitás képletével - mely nemcsak az éves, hanem a havi, negyedéves kifizetésekre is alkalmazható, de ekkor az éves névleges kamatláb havi, negyedévi részével számolva - a járadéktag:

$$C = PV / \{(1/r) \times [1 - 1/(1+r)^t]\}$$

$$C = 37.689 \text{Ft} / \{[1/(0,2/4)] \times [1 - 1/(1+0,2/4)^{5 \times 4}]\} = 3.024 \text{Ft}$$

2. KÖTVÉNYEK

- 201. Egy 1997. július 9-én, 1 évre kibocsátott diszkont kincstárjegy névértéke 10.000Ft. A DKJ értékelésénél 1998. június 9-én 20%-os névleges kamatlábbal és 365 napos évvel kalkuláltak. Mennyi a DKJ árfolyama?**

Megoldás: $10.000/(1+0,2 \times 30/365) = 9.838$

A diszkont-kincstárjegy névértéke a lejáratkor esedékes összeg, esetünkben 10.000Ft. A diszkont-kincstárjegy árazási képlete:

$PV = FV / (1 + k \times t)$, ahol

FV a névérték,
k a diszkontálásnál alkalmazott kamatláb (hozam),
t a lejáratig hátralévő idő (évben kifejezve).

Most éppen $k = 30/365$, FV pedig 10.000Ft, vagyis a képlet:

$$PV = 10.000 / (1 + 0,2 \times 30/365)$$

- 202. Egy átváltható kötvény pillanatnyi árfolyama 120Ft, névértéke 100Ft. A kötvény 20 db részvényre váltható át, egy részvény ára ma 5,5Ft. Mekkora az átváltási érték?**

Megoldás: 110Ft

Az átváltható kötvény átváltási értéke azaz érték, amelyet - egy darab kötvényt az adott mennyiségű részvényre váltva - az így megkapott részvényekért kaphatnánk. Esetünkben ez most $20 \times 5,5$ Ft, azaz 110 Ft.

- 203. Egy félév múlva lejáró, 10.000Ft névértékű váltóért ma 9.091Ft-ot fizettek. Milyen éves diszkontlábát alkalmazták?**

Megoldás: 9,1% félévre, azaz 18,2% egy évre

A váltók árazási képlete: $PV = FV \times (1 - d \times t)$, ahol

FV a váltóért lejáratkor esedékes összeg, vagyis a névértéke,
d az éves diszkontláb,
t a lejáratig hátralévő idő (évben kifejezve).

I. Most (d) az ismeretlen. Az egyenletet átrendezve:
 $d = (1 - PV/FV)/t = (1 - 9.091/10.000)/0,5 = 18,2\%$

II. Számolhatunk úgy is, hogy a $d \times t$ tagot tekintsük ismeretlennek:

$$PV = FV \times (1 - d \times t)$$

A 9.091 forintos ár azt jelenti, hogy a 10.000Ft-os névértékből 909Ft-ot, azaz 9,1%-ot vontak le diszkontként. 9,1% félévre az 18,2% egy egész évre, hiszen a diszkontláb számítás is lineáris (időarányos).

204. A hathónapos diszkont-kincstárjegy aukcióján egy befektetőnek a 19%-os aukciós átlaghozamon sikerült vásárolnia. Milyen éves hozamra számíthat, ha feltételezzük, hogy félévente azonos feltételek mellett tudja pénzét újra befektetni?

- a) 19%-nál többre, hiszen a diszkont-kincstárjegyek hozamát egyszerű, és nem kamatos kamatszámítással adják meg, így az újra-befektetés növeli a hozamot.
- b) Pontosan 19%-ra, hiszen a megadott hozam változatlanóságát feltételezzük.
- c) Kevesebb, mint 19%-ra, hiszen a diszkontálás nevezőjében egynél nagyobb szám szerepel.
- d) Körülbelül 38%-ra az újra-befektetési lehetőségek miatt.

Megoldás: a)

A diszkont-kincstárjegyek árazási képlete egyszerű kamatszámításon alapul:

$$PV = FV / (1 + k \times t) \text{ ahol}$$

k a diszkontálásnál alkalmazott hozam („aukciós hozam”); tulajdonképpen egy lineárisan számított kamatláb. Ha egy éven belül többször van kamatfizetési periódus (mint most a példában kétszer), akkor a ténylegesen elérhető hozam magasabb, mint a megadott egyszerű kamatláb.

$$\text{Esetünkben: } r = (1 + k/m)^m - 1 = (1 + 0,19/2)^2 - 1 = 0,199 = 19,9\%.$$

205. A Ford cég 1991-ben 1.000 dollár névértéken és 9,25%-os névleges kamatozással bocsátott ki kötvényeket. A kamatokat évente, a névértéket pedig 2002-ben, a kötvény lejáratakor egy összegben fizetik vissza. 1995-ben a hasonló kockázatú kötvények hozama 12% körül van.

- a) Számítsa ki a kötvény elméleti árfolyamát 1995-ben!
- b) Mekkora tényleges hozamot biztosítana egy olyan befektető számára, aki 865 dollárért vásárolná meg a kötvényt 1995-ben és megtartaná a lejáratig?

Megoldás:

$$a) \quad P_{95} = 92,5 \times 4,564 + 1000 \times 0,452 = 874,17 \text{ dollár}$$

$$b) \quad \begin{array}{lll} PV & 12\%-nál & 874,17 \end{array}$$

$$PV \quad 13\%-nál \quad 834,13$$

$$\text{Eltérés } 1\%-nál \quad 40,04$$

$$IRR = 12,0 + 9,17 / 40,04 = 12,23\%$$

206. A kötvények árfolyama a lejáratú idő közeledtével kevésbé érzékeny a piaci kamatlábak változására. Igazolja ezt a megállapítást az alábbi példa segítségével!

„A” és „B” kötvény névleges kamatozása egyformán 9%-os. A kamatokat évente egyszer fizetik, és a kötvényeket névértéken (10.000Ft) a lejáratkor váltják vissza. Az „A” kötvény 2 év múlva jár le, „B” kötvény névértékének visszafizetése 10 év múlva lesz esedékes. Tételezzük fel, hogy a piaci kamatláb a jelenlegi 15%-ról 12%-ra csökken.

- a) Mutassa be, hogy a piaci kamatláb változása hogyan hat a két kötvény árfolyamára!
- b) Magyarázza meg, miért reagált a két kötvény árfolyama eltérő mértékben adott kamatláb változásra!

Megoldás:

- a) A kötvények árfolyama kamatláb-változás előtt:

"A" kötvény: $P_0 = 900 \times 0,870 + 900 \times 0,756 + 10.000 \times 0,756 = 9.023 \text{ Ft}$

"B" kötvény: $P_0 = 900 \times 5,019 + 10.000 \times 0,247 = 6.987 \text{ Ft}$

annuitás faktor 15%, 10 év

A kötvények árfolyama 12%-os piaci kamatlábat feltételezve:

"A" kötvény: $P_0 = 900 \times 0,893 + 900 \times 0,797 + 10.000 \times 0,797 = 9.491 \text{ Ft}$

"B" kötvény: $P_0 = 900 \times 5,610 + 10.000 \times 0,322 = 8.305 \text{ Ft}$

annuitás faktor 12%, 10 év

Kötvény	Árfolyam r=15%	r=12%	Különbség Ft-ban	%-ban
A	9.023	9.491	+468	5,2
B	6.987	8.305	+1.318	18,9

- b) Látható, hogy mind az abszolút, mint a relatív változás nagyobb mértékű a hosszabb lejáratú "B" kötvény esetében. "A" kötvény pénzáramai jóval biztosabbnak tekinthetők, mert esedékességük közelebb van a mához (a jelen időponthoz). Ahogy közeledik a kötvény lejárat, az elméleti árfolyamban úgy nő a kötvény névértékének súlya és csökken a kamatok szerepe. Hosszabb lejárat esetén fordított a helyzet 15%-os kamatlábat feltételezve mindkét kötvény árfolyama a névérték alá esett, mivel a piaci kamatláb meghaladta a névleges kamatlábat. 12%-os kamatláb esetén is névérték alatt van a kötvények árfolyama, azonban a piaci kamatláb 15%-ról 12%-ra csökkent, ami az árfolyamok emelkedéséhez vezetett.

207. 1993. március 1-én az MNB a kormány megbízásából 15 milliárd Ft névértékben bocsátotta ki az 1997/C jelű államkötvényt .A kötvény névleges kamatozása 18%, törlesztése a lejáratkor egy összegben történik. 1995. szeptember 22-én az újságban azt olvashattuk, hogy a kötvény nettó árfolyama a tőzsdén 83,70% volt, a felhalmozott kamat pedig 10,06%.

- a) **Mit fejez ki a kötvény nettó (tiszt) árfolyama, és miért állt az árfolyam szeptember 21-én 100% alatt?**
b) **Mennyit kellett volna fizetni egy 10.000Ft névértékű kötvényért szeptember 21-én?**
c) **Hogyan változik a felhalmozódott kamat az idő függvényében?**

Megoldás:

- a) Nettó árfolyam = Bruttó árfolyam - felhalmozódott kamat.

A nettó árfolyam azért van 100% (a névérték) alatt, mert a kötvény névleges kamata alacsonyabb, mint a jelen időszakban érvényes piaci hozam.

- b) A bruttó árfolyam: $83,70 + 10,06 = 93,76\%$, azaz 9.376 Ft.

208. Egy ötéves kötvény egyenletesen, évi 20%-ot törleszt, és évi 20% kamatot is fizet. Mekkora az utolsó fizetőrészlet nagysága, ha az induló névérték 1.000Ft volt?

Megoldás: 240Ft

- I. Az egyenletes törlesztés azt jelenti, hogy időszakról időszakra (alapelveként évente) azonos nagyságú a tőketörlesztés. Ez azt is jelenti, hogy évről évre a tőketörlesztésnek megfelelően kisebb lesz a kötvény fennálló névértéke, ami után a kamatokat kell fizetni. Így az éves kamatfizetés egyre kisebb lesz, a kötvény cash-flow-ja is folyamatosan csökken, A mi kötvényünk cash-flow-ja öt évre:

Évek	1	2	3	4	5
Tőketörlesztés	200	200	200	200	200
Fennálló névérték (év végén)	800	600	400	200	0
Kamatfizetés	200	160	120	80	40
Cash-flow (tőke törlesztés + kamat)	400	360	320	280	240

Az utolsó év cash-flow-ja tehát 240.

- II. Gyors megoldás: lejáratkor egy kötvény cash-flow-ja megegyezik az akkor fennálló névérték és a fizetendő kamat összegével:
 $\text{Cash-flow} = (1+k \times t) \times \text{névérték}$, ahol
k a kötvény névleges kamatlába,
t a kamatfizetési periódus hossza.
A mi kötvényünk névértéke a lejárat előtt 200Ft, évente fizet 20% kamatot azaz 40Ft a kamatfizetés; ez együtt 240Ft.

209. Egy ötéves futamidejű kötvényt három évvel ezelőtt bocsátottak ki. A kötvény konstrukciója: évente 20% kamatfizetés, törlesztés a három utolsó évben, 20-40-40%-os arányban. A kötvény címletértéke 10.000Ft. Mekkora a következő fizetőrészlet, ha az idén esedékes pénzeket már felvettük?

Megoldás: 5.600Ft

- I. Írjuk fel a kötvény cash flow-ját a kibocsátástól:

Évek	1	2	3	4	5
Tőketörlesztés	0	0	2.000	4.000	4.000
Fennálló névérték az év végén	10.000	10.000	8.000	4.000	0
Kamatfizetés	2.000	2.000	2.000	1.600	800
Cash flow (kamatfizetés + törleszt)	2.000	2.000	4.000	5.600	4.800

Mi most a 3. fizetőrészlet után vagyunk, a 4. részlet 5.600Ft.

- II. Gyors megoldás: a negyedik évi cash flow-t kell kiszámítani. A kötvény addig 20%-ot törlesztett, fennálló névértéke 80%, azaz 8.000Ft. Ezért jár 1.600Ft kamat, plusz ebben az évben esedékes 4.000Ft tőketörlesztés; összesen 5.600 Ft.

210. Mekkora lesz egy négyéves futamidejű. 5.000Ft címletértékű, a két utolsó évben két egyenlő részletben törlesztő. 30%-os névleges kamatlábú kötvény értéke közvetlenül a lejárat előtt, ha az elvárt hozam 20%?

Megoldás: 3.250Ft

- I. Írjuk fel a kötvény cash-flow-ját:

Év	1	2	3	4
Tőketörlesztés	0	0	2.500	2.500
Fennálló névérték az év végén	5.000	5.000	5.000	2.500
Kamatfizetés	1.500	1.500	1.500	750
Cash-flow = törlesztés + kamatfizetés	1.500	1.500	4.000	3.250

A kötvény hátralévő cash-flow-ja lejáratkor 3.250Ft. Mivel ez egyből esedékes, ez lesz egyben a jelenértéke is.

- II. Gyors megoldás: A kötvény cash-flow ja lejáratkor a névérték $(1+k)$ -szorosa (ha évente fizet kamatot). Ez egyben az elméleti árfolyam is:
(bruttó) árfolyam = névérték $\times (1+k) = 2.500\text{Ft} \times 1,3 = 3.250\text{Ft}$.

211. Mikor tér el nagyon egy évente egyszer kamatot fizető, egyösszegű törlesztésű kötvény nettó árfolyama a névértéktől?

- a) *Ha nem likvid a piaca.*
- b) *Ha nagy a különbség a névleges kamatlába és a piaci kamatláb között.*
- c) *Ha kevés idő van a lejáratig. .*
- d) *Ha nagyon kockázatos (pl. vállalati kötvények).*

Megoldás: b)

Annál nagyobb a kötvényárfolyamban rejlő diszkont vagy prémium, minél jobban eltér a névleges kamatláb és a piac által elvárt hozam, és minél több idő van hátra.

212. Ismert a hozamgörbe 3 évre: $r_1=19\%$, $r_2=20\%$, $r_3=21\%$. Mennyit ér 20% névleges kamatozású, 3 év futamidejű kötvény, amely az utolsó évben 50-50% arányban törleszt? (Kamatfizetés évente egyszer.)

Megoldás: 99,28%

Nem vízszintes hozamgörbe esetén minden pénzáramlást a hozamgörbe adott pontjának megfelelő hozammal kell diszkontálni és összegezni.

$$PV = 20/1,19 + 70/1,2^2 + 60/1,21^3 = 99,28\%$$

213. Egy három éves futamidejű kötvényt vásárolt kibocsátáskor, ezelőtt egy évvel. A kötvény csak lejáratkor teljesít kifizetést, 1.400 Ft-ot fizet. Egy évvel ezelőtt az elvárt hozam évi 20%, a vételár 810Ft volt. Mostanra a hozamok 10%-ra csökkentek. Mennyi ma a kötvény elméleti árfolyama?

Megoldás: 1.157Ft

A kötvény mai értéke szempontjából közömbös, hogy mennyiért vettük ezelőtt egy évvel. Csak az érdekes, hogy mához két év múlva 1.400Ft-ot fog fizetni.

Ennek a mai értéke:

$$1.400\text{Ft}/(1+r)^2 = 1.400/1,21 = 1.157\text{Ft}.$$

214. Egy kötvény jegyzett nettó ára 95%, hátralévő futamideje egy év, lejáratkor egy összegben törleszt. Már csak az utolsó, lejáratkor esedékes 120%-ot érő szelvények vannak rajta. Hány százalék a szelvényhozam?

Megoldás: $20/95=21\%$

Szelvényhozam (Coupon Yield /CY/): kamat / nettó ár.

Most a kamatszelvény 20%, hiszen a lejáratkor esedékes 100% törlesztés mellett ekkora cash-flow jár még. A szelvényhozam: $20\%/95\%=21\%$.

- 215. Egy kötvény futamideje három év, amiből már csak 4 hónap van hátra. Kamatlába az egyes években rendre 15%, 15% illetve 12%. A kötvény a lejáratkor egy összegben törleszt. Hány százalékpont kamat halmozódott fel a jelenlegi árban?**

Megoldás: 8%

Felhalmozódott kamat: $k \times t$, ahol

k az aktuális év névleges kamatlába,

t az előző kamatfizetés óta eltelt idő évben kifejezve.

Most a kamat: $12\% \times 8/12 = 8\%$.

- 216. Egy államkötvény jegyzett nettó árfolyama 104%. Utoljára egy hónapja volt kamatfizetés. Az elmúlt évben a kötvény névleges kamatlába 30% volt, idén 24% lesz. A kötvény névértéke 1.000Ft. Hány forintot kell a kötvényért kifizetni?**

Megoldás: 1.060Ft

A vételár a bruttó árral egyezik meg.

Bruttó ár = nettó ár + felhalmozódott kamat = $1.040\text{Ft} + 240\text{Ft}/12 = 1.060\text{Ft}$.

- 217. Az alábbi állítások közül melyik igaz arra az esetre, ha egy fix kamatozású kötvény névleges kamatlába nagyobb, mint az elvárt hozam?**

- a) A kötvény bruttó árfolyama magasabb 100%-nál.
- b) A kötvény nettó árfolyama alacsonyabb 100%-nál.
- c) A kötvény szelvényhozama nagyobb a névleges kamatlábnál.
- d) A kötvény szelvényhozama kisebb az elvárt hozamnál.

Megoldás: a)

Az elvárt hozam és a névleges kamatláb összevetéséből két lényeges összefüggés következik. Az első a kötvények konvergencia elve, amely szerint a kötvények nettó árfolyama a lejárat felé közeledve a névértékhez tart. Ha az elvárt hozam kisebb a névleges kamatlábnál, a nettó ár nagyobb 100%-nál. Ha az elvárt hozam nagyobb a névleges kamatlábnál, a nettó ár kisebb 100%-nál.

Mivel az állításban a névleges kamatláb a nagyobb, így a névértéknél nagyobb a nettó ár, a bruttó ár pedig még annál is magasabb lehet (a felhalmozódott kamatok függvényében); a) igaz, b) hamis.

A másik összefüggés a névleges kamatláb (k), a szelvényhozam (CY) és a teljes elvárt hozam (r) között húzódik. Ha k nagyobb r-nél, akkor a névértéknél nagyobb a nettó ár. Mivel a szelvényhozam a kamat és a nettó ár hányadosa, ezért értéke kisebb a névleges kamatlábnál (hiszen nagyobb számmal osztottuk el a kamatot, mint a névérték). A teljes hozam viszont még CY-nál is kisebb, hiszen a kamatokból eredő hozamhoz (ezt adja CY) még hozzá kell vennünk azt, hogy a lejáratig az árak a névértékig fognak süllyedni, azaz árfolyamvesztésünk lesz. Ha tehát $r < k$, akkor $r < CY < k$.

Ha ugyanakkor k kisebb mint r, akkor a névértéknél alacsonyabb a nettó ár, és ekkor minden pont fordítva lesz, azaz $k < CY < r$.

- 218. Egy 5 év átlagidejű kötvény árfolyama 100Ft, hozama 25%. Várhatóan mennyi lesz az árfolyama, ha a hozam 26%-ra emelkedik?**

Megoldás: 96Ft

- I. Az átlagidő és a módosított átlagidő közötti összefüggés:
 $VOL = -DUR / (1+r)$, ahol
 VOL a módosított átlagidő,
 DUR a kötvény átlagideje,
 r az a hozam, amellyel a kötvény átlagidejét számítottuk (a kiinduló helyzetben érvényes hozam).
 A képletbe helyettesítve: $VOL = -5 / 1,25 = -4$
 Ez azt jelenti, hogy 1 százalékpontos hozamemelkedésre a papír ára várhatóan 4%-ot fog esni, azaz 100%-ról 96%-ra (ez csak körülbelül pontos érték).
- II. Ha a képlet nem ugrana be, gyors kerülő úton is célba érhetünk:
 Vegyünk egy ötéves átlagidejű papírt, mondjuk egy ötéves, kamatos kamatozású papírt, mely mindent lejáratkor fizet. Névleges kamatlába és hozama egyaránt 25%. Egy ilyen kötvény lejáratkor $1,25^5 \times 100\text{Ft} = 305,2\text{Ft}$ -ot fizet.
 Ha ezt 26%-os hozammal értékeljük, ára $305,25\text{Ft} / 1,26 = 96,1\text{Ft}$ lesz.

219. Mennyi egy kétéves futamidejű elemi kötvény módosított átlagideje 20%-os elvárt hozam mellett?

Megoldás: -1,67

$$VOL = -DUR / (1 + r)$$

A kötvény módosított átlagideje 2 év, hiszen csak lejáratkor teljesít kifizetést:

$$VOL = -2 / 1,2 = -1,67.$$

227. Két vállalati kötvény adatai:

	Névleges kamatláb %/év	Lejárat(év)	Névérték \$
A	5	5	1.000
B	20	1	1.000

A piaci kamatláb 11%. Mennyiért lehet ma eladni a két kötvényt?

Megoldás:

a: $r_n = 0,05$ $P_0 = PV_{\text{törlesztés}} + PV_{\text{kamat}}$

$t = 5$ év $T = 1.000$ \$ (névérték)

$$PV_{\text{törlesztés}} = T / (1 + r)^t = 1.000 / 1,11^5 = 893,5$$

$$PV_{\text{kamatok}} = PV_{\text{annuitás}} = (T \times r_n / r) \times [1 - 1 / (1 + r)^t] = (1.000 \times 0,05 / 0,1) \times (1 - 1 / 1,11^5) = 184,8$$

$$P_0 = 893,5 + 184,8 = 1.078,3$$

b) $P_0 = 1.000 / 1,11 + (1.000 \times 0,2) / 0,11 \times (1 - (1 / 1,11)) = 1.081,1$

228. Két kötvény névértéke azonos, 1.000\$, és 2 év múlva járnak le. Az egyik kötvény évi 200\$ kamatjövedelmet, a másik évi 50\$ kamatjövedelmet biztosít a tulajdonosának.

a) **Mennyi lesz a két kötvény árfolyama, ha a piaci kamatláb 8%?**

- b** Ha az infláció következtében a piaci kamatláb hirtelen 20%-ra emelkedne, mennyi lenne a kötvények új árfolyama?

Megoldás:

„A”

$$r_n = 200/1000 = 0,2$$

„B”

$$r_n = 50/1000 = 0,05$$

Ha $r = 0,08$, akkor az „A” kötvény árfolyama magasabb 1000 \$-nál, „B” kötvényé pedig alacsonyabb.

$$P_0 = 1000/1,08^2 + 200/0,08 \times 1 - 1/1,08^2$$

$$P_0 = 1000/1,08^2 + 50/0,08 \times 1 - 1/1,08^2$$

Ha $r = 0,2$; akkor „A” kötvény árfolyama megegyezik a névértékével, „B” pedig sokkal alacsonyabb.

$$P_0 = \text{névérték}$$

$$P_0 = 1000/1,2^2 + 50/0,2 \times 1 - 1/1,2^2$$

- 229.** A Defterdar adóbehajtó Rt. 12 éves futamidejű kötvényt bocsátott ki, a kötvények névértéke 10.000\$, névleges hozama 12%. A hasonló kockázatú kötvények hozama 14%.

a) Határozza meg a kötvény árfolyamát a futamidő elején!

b) Határozza meg a kötvény árfolyamát a futamidő 4. évének elejére!

Megoldás:

a) $r_n = 12\%$
 $r = 14\%$

$$P_0 = 10.000 \times 0,12 / 0,14 \times (1 - 1 / 1,14^{12}) + 10.000 / 1,14^{12} = 8.868$$

b) $P_3 = 10.000 \times 0,12 / 0,14 \times (1 - 1 / 1,14^9) + 10.000 / 1,14^9 = 9.011$

- 230.** A Ford Rt 1991. végén bocsátott ki kötvényeket, amelyek 2002-ben járnak le. A kötvények névleges kamatozása 9,25%, névértéke 3000\$ A hasonló kötvények hozama 12%. Számítsa ki a kötvény árfolyamát 1998. év elejére!

Megoldás:

$r_n = 9,25\%$
 $r = 12\%$

$$P_{97 \text{ vége}} = 3.000 \times 0,0925 / 0,12 \times (1 - 1 / 1,12^5) + 3.000 / 1,12^5 = 2,703$$

- 231.** Egy 5.000Ft névértékű államkötvényt 4 évvel ezelőtt, 7 éves futamidőre bocsátottak ki. A kötvény kamatozása évi 18%, évente egyszer fizet kamatot és két egyenlő részletben, az utolsó két évben törleszt. A kockázatmentes befektetések éves elvart hozama az 1-4 évekre 20%, az 5-6 évekre 24%.

a) Mennyi ma, közvetlenül kamatfizetés után a kötvény árfolyama?

b) Mennyi volt a kibocsátáskori árfolyam?

Megoldás:

$r_n = 18\%$

$$r_{1-4} = 20 \%$$

$$r_{5-7} = 24 \%$$

$$P_4 = 5.000 \times 0,18 / 0,24 \times (1 - 1 / 1,24^2) + 2.500 / 1,24^2 + 2.500 \times 1,18 / 1,24^3 = 4.484,3$$

$$P_0 = 5.000 \times 0,18 / 0,2 \times (1 - 1 / 1,2^4) + P_4 / 1,24^4 = 4.226,6$$

3. RÉSZVÉNYEK

301. Egy befektető számára valamely részvénnel kapcsolatban a következők információk állnak rendelkezésre:

A részvény jelenlegi árfolyama 4.500Ft, könyv szerinti értéke 2.250Ft, a várható osztalék 180Ft / részvény. A társaság hosszabb távon, a jövedelem 40%-át fizeti ki osztalék formájában, 60%-át pedig visszaforgatja. A saját tőke hozama 20% körül mozog.

- a) **Az osztalékok milyen növekedésére számíthat a befektető, ha a cég osztalékpolitikája hosszabb távon lényegesen nem változik?**
- b) **Milyen kamatlábat lenne célszerű alkalmaznia a társaságnak a befektetései értékelésekor.**
- c) **Mennyi lenne a részvény könyv szerinti értéke 2 év múlva?**

Megoldás:

a) 12%

b) 16%

- c) A várható osztalék (DIV_1) 180 Ft, az egy részvényre jutó jövedelem (EPS_1) 40%-a, tehát a jövedelem 450 Ft, amiből 270 Ft-ot visszaforgatnak.
A következő évben az egy részvényre jutó jövedelem és az osztalék 12%-os növekedése várható, tehát:

$$EPS_2 = 450 \cdot 1,12 = 504$$

$$40\% \times DIV_2 = 201,6$$

$$60\% \times DIV_2 = 302,4$$

Egy részvény könyv szerinti értéke 2 év múlva:

$$2.800 + 270 + 302,4 = 3.372,4 \text{ Ft}$$

302. Az előrejelzések szerint „S” részvénytársaságnál ebben az évben az egy részvényre jutó jövedelem 200Ft körül lesz. A társaság hosszú távon, a jövedelem 50%-át forgatja vissza, és a saját tőkére jutó nyereség 14%.

Mennyi a részvény értéke, ha a piac a nagy kockázat miatt 20% körüli hozamot követel meg a cég részvényeitől?

Érdemes-e ilyen részvényt vásárolni?

Megoldás:

$$P_0 = 100 + 100 \times 1,07 / (0,2 - 0,07) = 923 \text{ Ft.}$$

Mivel a részvényesek által elvárt hozam magasabb, mint a saját tőke hozama, így nem érdemes a társaságba visszaforgatni a nyereséget.

303. Egy részvényt közvetlenül az osztalékfizetések előtt veszünk meg, 100Ft-os áron. A részvény még a héten 10Ft osztalékot fizet. Egy év múlva, közvetlenül a szintén 10Ft-os osztalék felvétele után, 110Ft-ért adjuk el. Mekkora a realizált hozam?

Megoldás: 33,3%

Nézzük a részvényvásárlás cash-flow-ját!

Vásárláskor: $C_0 = -100$ (vétélár) + 10 (osztalék) = -90

Eladáskor: $C_1 = 10$ (osztalék) + 110 (eladási ár) = 120

Hozam: $(120-90)/90=33,3\%$

(Közvetlenül osztalékfizetés előtti időpontban az osztalékfizetéssel korrigálni kell a részvény árfolyamát, hogy az alaphelyzetnek megfelelő ex dividend - osztalékfizetés utáni - árfolyamot megkapjuk.)

- 304. Mennyit ér a részvény, ha tegnap 35Ft osztalékot fizetett, az osztalék hosszútávon tartható éves növekedési üteme 20%, és az elvárt hozam 25%?**

Megoldás: 840Ft

Az osztalékok a feladatban egy egyenletes ütemben növekvő, végtelen örökjáradékot alkotnak. Ez alapján a részvény elméleti árfolyama:

$P_0 = PV = DIV_1 / (r - g)$, ahol

DIV_1 a következő év osztaléka,

g pedig az éves osztaléknövekedési ütem.

A részvény következő évi osztaléka: $DIV_1 = DIV_0 \times (1 + g) = 35 \text{ Ft} \times 1,2 = 42 \text{ Ft}$

$PV = 42 \text{ Ft} / (0,25 - 0,2) = 840 \text{ Ft}$.

- 305. Egy részvény árfolyama közvetlenül az osztalékfizetés után 2.000Ft. A következő év várható osztaléka 100Ft, és a várakozások szerint ez évi 10%-kal fog emelkedni. Mekkora a részvényvásárlás várható hozama?**

Megoldás: 15%

Ha a fenti képletet átalakítjuk: $P_0 = PV = DIV_1 / (r - g)$, akkor r -re ezt kapjuk: $r = DIV_1 / P_0 + g$

(Más szavakkal: a részvénytől elvárt hozam az osztalékhozamra és a növekedési ütemre osztható fel.)

Most tehát $r = 100 / 2000 + 10\% = 15\%$.

- 306. Ha egy cég sajáttőke-arányos eredménye 20%. saját tőkéje 100mFt, és osztalékfizetési rátája 40%, akkor az induló saját tőkéjének hány százalékát tudja, mint visszaforgatott eredményt, újra befektetni?**

Megoldás: 12%

I. A 100mFt saját tőkéből cégünk 20mFt adózás utáni eredményt produkált, ugyanis 20% a sajáttőke-arányos eredmény, vagyis a ROE (Return on Equity). Ebből a 20mFt eredményből 8mFt osztalékot fizetett. (0% az osztalékfizetési ráta, vagyis az osztalék és az adózás utáni eredmény hányadosa - jelölése dp - Dividend Payout ratio). Maradt 12mFt mérleg szerinti eredmény (fel nem osztott eredmény, a mi szempontunkból ezt fekteti újra be a cég). A 12mFt a 100mFt saját tőke érték 12%-a.

II. Valójában a növekedési ütemet kérdezik, azaz hány százalékkal növekszik a cég saját tőkéjének (és ezzel együtt eredményének, illetve a fizetett osztaléknak) az értéke.

$g = ROE \times (1 - dp)$, ahol

ROE a sajáttőke-arányos eredmény,

dp az osztalék-kifizetési ráta,

$1 - dp$ az újra-befektetési ráta.

Most tehát $g = 20\% \times (1 - 0,4) = 12\%$

A most következő adatok mind a 307-309. kérdésre vonatkoznak. A Zombi részvény pillanatnyi árfolyama 1.100Ft. A vállalat alaptőkéje 1 millió db, egyenként 100Ft névértékű részvényből áll. A társaság adózás utáni eredménye 200mFt, névleges osztalékrátája 20%. A vállalat 200mFt értékű kötvényt is kibocsátott, ami után 40mFt kamatot fizetett.

307. Mekkora a Zombi részvénytársaság piaci értéke (kapitalizációja)?

Megoldás: 1,1mdFt

- I. Kapitalizáció = részvények száma $\times$ részvények árfolyama:
 $1\text{mdb} \times 1.100\text{Ft} = 1,1\text{mdFt}$
- II. Nézzük meg, hogy a társaság a névértékhez képest hány szoros áron adhat el. Egy részvény esetében 1.100%-os árfolyam jön ki a 100Ft névértékhez képest. A társaság egészére ez az alaptőke 1.100%-át jelenti. Az alaptőke $100\text{Ft} \times 1\text{mdb} = 100\text{mFt}$, aminek az 1.100%-a 1,1mdFt.

308. Mekkora a társaságnál az EPS mutató értéke?

Megoldás: 200Ft

- I. EPS (Earnings per Share, részvényenkénti eredmény): nettó eredmény per részvények száma: $200\text{mFt} / 1\text{mdb} = 200\text{Ft/db}$.
- II. Úgy is lehet kalkulálni, hogy a társaság a névértékhez képest hány százalékos eredményt produkált. Mint fent kiszámítottuk, a társaság alaptőkéje 100mFt, és ennek kétszerese az összes adózott eredmény. Ez egy részvényre vetítve a névérték kétszeresét, azaz $100\text{Ft} \times 2 = 200\text{Ft}$ -ot jelent.

309. Mekkora az osztalék-kifizetési hányad?

Megoldás: 10%

- I. Osztalék-kifizetési ráta = egy részvényre jutó osztalék / egy részvényre jutó eredmény.
A névleges osztalékráta azt jelenti, hogy egy részvényre a névérték 20%-át fizetik ki osztalékként. Ez 100Ft-ra 20Ft osztalékot ad. Az EPS 200Ft, tehát az osztalék-kifizetési ráta $(dp) = 20 / 200 = 10\%$.
- II. A vállalat egészére számítva: $dp = \text{összes kifizetett osztalék} / \text{összes adózott eredmény}$.
Az összes kifizetett osztalék az összes névérték, azaz az alaptőke 20%-a, így $100\text{mFt} \times 20\%$ -a az 20mFt. Az összes adózott eredmény 200mFt, tehát $dp = 20\text{mFt} / 200\text{mFt} = 10\%$.

A következő adatok a 310-312. kérdésre vonatkoznak. Egy részvénytársaság adatai az alábbiak:

jegyzett tőke: 200mFt, részvények száma: 2mdb, egy részvény ára: 500Ft, egy részvényre kifizetett osztalék: 20Ft, hitelek értéke: 100mFt, adózás előtti eredmény: 50mFt.

310. Mekkora a cég kapitalizációja (tőkeértéke)?

Megoldás: 1.000mFt

Kapitalizáció = részvények darabszáma $\times$ részvények árfolyama = $2\text{mdb} \times 500\text{Ft} = 1\text{mdFt}$

311. Mennyi az osztalékhozam?

Megoldás: 4%

Osztalékhozam = egy részvényre kifizetett osztalék / egy részvény árfolyama:

$$20\text{Ft}/500\text{Ft}=4\%.$$

(Megjegyzés: általában a pillanatnyi árfolyamot a következő évi várható osztalékkal szokás összevetni.)

312. Mekkora az EPS mutató értéke?

Megoldás: 25Ft

$$\text{EPS} = \text{nettó eredmény} / \text{részvények száma} = 50\text{mFt}/2\text{mdb}=25\text{Ft}/\text{db}$$

313. Egy társaság adózás előtti eredménye 40mFt, saját tőkéjének piaci értéke 400mFt, kifizetett osztaléka 10mFt. Ezen adatok alapján mekkora a társaság újra-befektetési hányadosa?

Megoldás: 75%

Újra-befektetési hányados (vagy újra-befektetési ráta) = $1 - \text{osztalék-kifizetési ráta}$ = fel nem osztott eredmény / nettó eredmény, azaz
 $(40\text{mFt}-10\text{mFt})/40\text{mFt}=75\%$

314. Egy társaság saját tőkéje az év elején 200mFt. Várható adózás utáni eredménye az év végére 20mFt, az osztalék-kifizetési ráta 10%. Az adatok alapján mekkora a hosszútávon fenntartható növekedési ütem?

Megoldás: 9%

I. A társaság sajáttőke-arányos eredménye: $\text{ROE}=20\text{mFt}/200\text{mFt}=10\%$
 $g=\text{ROE}\times(1-\text{dp})=10\%(1-0,1)=9\%$

II. Azt is megnézhetjük, hogy az induló sajáttőke értékének hány százalékával növekszik az év végére. A 20mFt eredményből 10%-ot, azaz 2mFt-t fizetnek ki osztalékként. Újra-befektetésre kerül 18mFt. Ez az induló 200mFt forintos saját tőkének a 9%-a.

Az alábbi adatok a következő két (315-316.) kérdéshez tartoznak. Egy társaság adatai az alábbiak: alaptőke: 1mdFt, részvények száma: 100edb, kapitalizáció: 600mFt, részvényenkénti osztalék: 100Ft, adózás utáni eredmény 300mFt.

315. Mekkora az osztalékhozam?

Megoldás: 1,67%

I. Egy részvényre kiszámítva: osztalékhozam = osztalék / árfolyam
Egy részvény árfolyama = kapitalizáció / részvények darabszáma:
 $60\text{mFt}/100\text{edb}=6.000\text{Ft}$
Az osztalékhozam = $100\text{Ft}/6000\text{Ft}=1,67\%$

II. A társaság egészére nézve:
osztalékhozam = összes kifizetett osztalék / kapitalizáció:

$$(100\text{Ft} \times 100\text{edb}) / 600\text{mFt} = 10\text{mFt} / 600\text{mFt} = 1,67\%$$

316. Mekkora a P/E értéke?

Megoldás: 2

P/E (Price per Earnings ratio) = ár / eredmény hányados

I. Egy részvényre kiszámítva: $P/E = \text{egy részvény ára} / \text{EPS}$
 Egy részvény ára: 6.000Ft.
 $\text{EPS} = 300\text{mFt} / 100\text{edb} = 3.000\text{Ft}$
 $P/E = 6.000\text{Ft} / 3.000\text{Ft} = 2$

II. A társaság egészére:
 $P/E = \text{kapitalizáció} / \text{adózás utáni eredmény} = 600\text{mFt} / 300\text{mFt} = 2$

317. Két részvény várható osztaléka 1\$. A részvényesek által elvárt hozam 15%. Az egyik részvény jelenlegi árfolyama 20\$, a másiké viszont csak 10\$. Az osztalék növekedési modell segítségével magyarázza meg a két részvény árfolyama közötti eltérést!

Megoldás:

Más években a két részvénytársaság által fizetett osztalék nagysága valószínűleg különböző. Az egyik esetben a 20% -os árfolyam $g = r - (\text{DIV}_1 / P_0) = 0,15 - 1 / 20 = 0,1$, azaz 10%-os osztaléknövekedést feltételez.

A másik esetben $g = 0,05$ tehát az osztalék nominális nagyságának növekedése kisebb, így az árfolyam becslött értéke csak 10\$.

318. Az „A” részvény elvárt hozama 20%, a várható osztalék 20\$/részvény, az osztalék becslött növekedése évi 10%, a részvény jelenlegi árfolyama 150\$. A „B” részvény elvárt hozama 13%, a várható osztalék 8\$/részvény, az osztalék becslött növekedése évi 8% és a részvény jelenlegi piaci árfolyama 200\$. Hogyan viszonyuljanak a befektetők ezekhez a részvényekhez (vegyenek vagy eladjanak)?

Megoldás:

„A”:	$r = 0,2$	„B”:	$r = 0,13$
	$\text{DIV}_1 = 20\$$		$\text{DIV}_1 = 8\$$
	$g = 0,1$		$g = 0,03$

Jelenlegi árf.: 150\$	200\$
-----------------------	-------

Számoljuk ki, hogy az elvárt hozam, a jövő évi osztalék és az osztalék várható növekedésének ismeretében mennyit ér az „A” és a „B” részvény a befektetőknek!

A jelenérték módszerrel becslve: $P_0 = \text{DIV}_1 / r - g$

„A”: $P_0 = 20 / (0,2 - 0,1) = 200\$$, tehát érdemes vásárolni belőle.

„B”: $P_0 = 8 / (0,13 - 0,03) = 160\$$, tehát érdemes eladni, amennyiben van részvény a befektető tulajdonában.

319. Egy részvénytársaság által kibocsátott különféle értékpapírok néhány jellemző adata:

a) **A törzsrészvények jelenlegi árfolyama 100\$, és a várható osztalék 3,2\$/részvény. Becslések szerint az osztalék átlagos növekedése évi 7%.**

- b) **Az elsőbbségi részvények évi osztaléka 4,5\$ részvényenként, a részvények árfolyama 52,5\$.**

Mennyi az elvárt hozamuk és melyiknek nagyobb a kockázata?

Megoldás:

$$a) \quad P_0 = 100 \quad P_0 = \text{DIV}_1 / r - g \quad r = (\text{DIV}_1 / P_0) + g$$

$$\text{DIV}_1 = 3,2\$$$

$$g = 0,07 \quad r = (3,2 / 100) + 0,07 = 0,102 \quad \text{Az elvárt hozam: } 10,2\%$$

Ugyanazon Rt. által kibocsátott elsőbbségi részvénynek mindig kisebb a kockázata, mint a közönséges részvényeké, tehát alacsonyabb hozamot várnak el a befektetők az elsőbbségi részvényektől.

320. **Egy részvény jelenlegi árfolyama 30\$, a következő évi várható osztalék 1,26\$/részvény. A társaságnál a jövedelem 60%-át fizeti ki osztalékként. A saját tőke hozama (ROE) mindkét évben 15%. A részvények jelenlegi könyv szerinti értéke 14\$. Mennyi lenne két év múlva a részvények könyv szerinti értéke? Számítsa ki az elvárható hozamot!**

Megoldás:

$$P_0 = 30\$$$

$$\text{DIV} = 1,26\$$$

1 részvény könyv szerinti értéke most, azaz a 0. év végén: 14\$

ROE: saját tőkearányos nyereség

EPS: egy részvényre jutó nyereség

b: osztalékfizetési hányad = DIV / EPS

a: visszaforgatási hányad

$$\text{ROE: } (\text{DIV} / b) / (1 \text{ részv. k. sz. értéke}) = (1,26 / 0,6) / 14 = 0,15$$

Az első év végén a visszaforgatott tőke részvényenként:

$$(1 - b) \times \text{EPS}_1 = 0,4 \times (1,25 / 0,6) = 0,84\$$$

Így az első év végén a részvény könyv szerinti értéke: $14\$ + 0,84\$ = 14,84\$$

A második év végén $\text{EPS}_2 = \text{ROE} \times 14,84 = 2,226\$$

A második év végén a részvényenkénti visszaforgatott tőke: $(1 - b) \times \text{EPS}_2 = 0,8904\$$

Könyv szerinti érték a második év végén: $14,84 + 0,8904 = 15,73\$$

Mivel EPS növekszik és „b” állandó, így az osztalék nagysága is nő.

$$\text{DIV}_2 / \text{DIV}_1 = 1,06 \quad g = 0,06 \quad (6\%) \quad \text{vagy}$$

$$g = (1 - b) \times \text{ROE} = 0,4 \times 0,15 = 0,06$$

Az elvárt hozam tehát $r = (\text{DIV}_1 / P_0) + g = (1,26 / 30) + 0,06 = 0,102 = 10,2\%$

321. **Egy részvénytársaság egy részvényre jutó jövedelme az elmúlt 5 évben a következők szerint alakult:**

Év	EPS (\$)
1987	4,00
1988	4,20
1989	4,41
1990	4,63
1991	4,86

Az osztalékok a jövedelem 40%-át teszik ki. A cég eddigi növekedése a becslések szerint a jövőben is folytatódik. Mennyi osztalékra számíthatnak a részvényesek 1992-ben? Mennyi lenne a jelenlegi árfolyam, ha az elvárható hozam 13%? Becsülje meg a P/E arányt!

Megoldás:

$$b = 0,4$$

$$g = \text{EPS}_{91} / \text{EPS}_{90} = \text{EPS}_{90} / \text{EPS}_{89} = 0,05$$

(Ha a növekedés üteme nem azonos minden évben, akkor mértani átlaggal kell számolni az átlagos növekedés ütemét.

$$\text{DIV}_{92} = (1 + g) \times \text{DIV}_{91} = 1,05 \times 0,4 \times 4,86 = 2,0412\$$$

$$r = 0,13$$

$$\text{DIV}_{94} = 1,05^2 \times 2,0412 = 2,25\$$$

$$P_{93} = 2,25 / (0,13 - 0,05) = 23,13\$$$

$$P_{94} = P_{93} \times (1 + g)$$

$$P / E = P_0 / \text{EPS}_1 = P_{93} / \text{EPS}_{94} = 23,13 / 5,626 = 4,11$$

- 322. Egy részvénytársaság meglévő befektetései a következő évben részvényenként 3,84\$ jövedelmet eredményeznek. Mivel a cég vezetése úgy ítéli meg, hogy nincs növekedési lehetősége, ezért a nyereséget teljes egészében kifizetik osztalékként. Mennyi a részvények jelenlegi árfolyama, ha az elvárt hozam 12%?**

Tételezzük fel, hogy a társaság piaci kilátásai javulnak, termékei iránt növekszik a kereslet. Az eladást azonban csak a kapacitások bővítésével lehet növelni. Ezért a cég úgy dönt, hogy a jövedelem 40%-át visszaforgatja. A saját tőke hozama 20%. Hogyan alakulna ilyen feltételek esetén a részvények árfolyama?

Megoldás:

a) $\text{EPS} = 3,84$

$$b = 1$$

$$r = 0,12$$

$$P_0 = \text{DIV}_1 / r = 3,84 / 0,12 = 32\$$$

b) $1 - b = 0,4$

$$g = (1 - b) \times \text{ROE} = 0,4 \times 0,2 = 0,08$$

$$\text{ROE} = 0,2$$

$$P_0 = \text{DIV}_1 / (r - g) = b \times \text{EPS} / (r - g) = (0,6 \times 3,84) / (0,12 - 0,08) = 57,6\$$$

- 323. Egy cég úgy döntött, hogy a papírjait nyilvánosan forgalmazza. A pénzügyi vezetés feladata a részvények kibocsátási árfolyamának meghatározása. A menedzsment becslése szerint az egy részvényre jutó jövedelem kb. 4\$ lesz a következő évben, és 65%-os osztalékfizetési hányadot terveznek. A következő arányokat használva, milyen árfolyamon lenne célszerű kibocsátani a részvényeket, ha**

- a) *a hasonló méretű és körülbelül azonos termelési szerkezetű, piaci pozíciójú cégek P/E aránya 11,5;*
 b) *vagy ha az osztalék rátája (DIV_1/P_0) átlagosan 6%?*

Megoldás:

a) $EPS_1 = 4\$$ $P_0 / EPS = 11,5$ $P_0 = 11,5 \times 4 = 46\$$

b) $b = 0,65$ $DIV = 0,65 \times 4 = 2,6$ $DIV_1 / P_0 = 0,06$

$P_0 = DIV_1 / 0,06 = 43,3$

- 324.** *A Choorran-Chappen Kőolaj-forgalmazó vállalat egy jelentősebb beruházás befejezéséhez közeledik. Az új finomítók beállítása következtében a cég forgalma és jövedelmezősége oly mértékben fog javulni, hogy a cég részvényeire fizetett osztalék a következő évi 1200Ft-ról várhatóan 3 éven keresztül évi 15%-kal fog növekedni. Ezt követően az elemzők számításai szerint az osztalék a negyedik évben elért szinten stabilizálódik. A hasonló kockázatú befektetések hozama a piacon 20%?*

- a) *Mekkora a részvény jelenlegi árfolyama osztalékfizetés után?*
 b) *Mekkora az árfolyam osztalékfizetés előtt?*
 c) *Mekkora lenne az árfolyam, ha a növekedés nem állna meg, csupán 5%-ra csökkenne?*

Megoldás:

a) $P_0 = 1.200/1,2 + 1.200 \times 1,15/1,2^2 + 1.200 \times 1,15^2/1,2^3 + (1.200 \times 1,15^3/0,2)/1,2^3 = 8.157,57$

b) $P_{-1} = DIV_0/1,2 + P_0/1,2$

c) $P_0 = 1.200/1,2 + 1.200 \times 1,15/1,2^2 + 1.200 \times 1,15^2/1,2^3 + [1.200 \times 1,15^3/(0,2-0,05)]/1,2^3 = 9.918$

- 325.** *Egy részvény jelenlegi árfolyama 1562Ft. A következő évek során félévente 357Ft osztalékot fizet. Mennyiért fogjuk eladni a második év végén, ha a tőkealternatíva költség 25%? Számolása során kamatos kamatot használjon, és két tizedesre kerekítsen!*

Megoldás:

$P_0 = 1.562$

Hozam = 357 (fél éves)

$r = 25\%$

$HÁ = [1562 - (357 / 1,25^{0,5} + 357 / 1,25^1 + 357 / 1,25^{1,5} + 357 / 1,25^2)] \times 1,25^2 = 739,3$

4. BEFEKTETÉSEK ÉRTÉKELÉSE

401. Mekkora a következő befektetési lehetőségek megtérülési ideje?

Projekt	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4
A	-5.000	1.000	1.000	3.500	7.000
B	-1.000	0	3.000	2.000	1.000
C	-5.000	1.000	1.000	4.000	0

Megoldás:

- A: 2 év és $3.000 / 3.500 = 0,85$ év ≈ 10 hónap
 B: $1.000 / 3.000 = 0,33$ év 4 hónap azaz, összesen 1 év 4 hónap
 C: 2 év és $3.000 / 4.000 = 0,75$ év = 9 hónap

402. Egy gép 8.000 dollárba kerül. Az értékcsökkenés előtti nyereség értéke az első és a második évben várhatóan 2.500 dollár, a harmadik és a negyedik évben 3500 dollár. Feltételezzük, hogy a gépet évi 2.000 dolláros értékkel, állandó ütemben írják le. Mekkora a könyv szerinti érték átlagos hozama, ha nincsenek adók? Mekkora a könyv szerinti érték átlagos hozama, ha az adókulcs 50%-os?

Megoldás:

	0. év vége	1. év vége	2. év vége	3. év vége	4. év vége
Befektetés könyv szerinti értéke	8.000	8.000	8.000	8.000	8.000
Amortizáció	0	2.000	4.000	6.000	8.000
Befektetés nettó könyv szerinti értéke	8.000	6.000	4.000	2.000	0

átlag: $(8.000 + 6.000 + 4.000 + 2.000 + 0) / 5$

Az átlagos nettó könyv szerinti érték tehát 4.000\$

	1. év vége	2. év vége	3. év vége	4. év vége
Amortizáció előtti nyereség	2.500	2.500	3.500	3.500
Amortizáció	2.000	2.000	2.000	2.000
Nettó eredmény	500	500	1.500	1.500

Átlagos nettó eredmény: 1.000\$

A könyv szerinti érték átlaghozama:

Átlagos nettó eredmény / Átlagos nettó könyv szerinti érték = $1.000 / 4.000 = 0.25$

Amennyiben a befektetéstől elvárt hozamnál a könyv szerinti érték átlaghozama magasabb, akkor megvalósíthatjuk.

403. Tekintsük az alábbi pénzáramlást:

Projekt	C_0	C_1
A	-1.200	1.500
B	-500	650

- a) Számítsa ki az A és B befektetés belső megtérülési rátáját!
b) Ábrázolja a nettó jelenértéket a megtérülési ráta függvényében !
c) A tőke alternatívaköltsége 27%. Döntsen az A és B projekt megvalósításáról!
d) A tőke alternatíva költségének változására számítsunk. Adjon döntési szabályt az A és B projektek közötti választásra!

Megoldás:

- a) IRR az a megtérülési ráta, amely mellett a befektetés nettó jelenértéke zérus.

$$\begin{array}{ll} \text{A.} & -1.200 + 1.500 / (1 + \text{IRR}) = 0 \quad \text{IRR} = 0,25 \\ \text{B.} & -500 + 650 / (1 + \text{IRR}) = 0 \quad \text{IRR} = 0,3 \end{array}$$

- c) Az A projektet elvetjük, mert ha $r = 27\%$, akkor az NPV negatív.
A B projektet elfogadjuk, mert $r = 27\%$, esetén az NPV pozitív.

- d) Számítsuk ki a két függvény metszéspontját:

$$-1.200 + 1.500 / (1 + r) = -500 + 650 / (1 + r)$$

$$r = 0,214$$

Azt valósítjuk meg, amelyiknek nagyobb a nettó jelenértéke. (Feltéve, ha mindkettő pozitív):

Ha $r < 0,214$ „A” projektet választjuk.
Ha $r = 0,214$ Nincs különbség a két projekt között.
Ha $r > 0,214$ „B” projektet valósítjuk meg.

404. Tekintsük az alábbi befektetési lehetőségeket!

Projekt	C_0	C_1	C_2	IRR (%)
A	-4.000	2.410	2.930	21
B	-2.000	1.310	1.720	31

- a) A tőke alternatívaköltsége kisebb, mint 10%. Melyik befektetési lehetőséget fogadja el akkor, ha
- egyszerre mindkettő megvalósítható,
- csak az egyiket lehet megvalósítani.
b) Tegyük fel, hogy az A projekt nettó jelenértéke 677 dollár, a B projekté 650 dollár. Mekkora az A projekt megvalósításához szükséges 2.000 dolláros pótlólagos befektetés nettó jelenértéke?

Megoldás:

- a) Ha egyszerre mindkettő megvalósítható, akkor mindkettőt elfogadjuk, mert az IRR mindkét esetben nagyobb 10%-nál. (Ezt abból látjuk, hogy a cash flow normális, és ekkor a függvény az előző feladatokhoz hasonló lefutású.) Ha csak az egyiket lehet megvalósítani, akkor a pótlólagos pénzáramlást tekintjük:

Projekt	C_0	C_1	C_2
A – B	-2.000	1.100	1.210

Számítsuk ki, hogy $r = 0,1$ -nél mekkora az NPV.
 Ha negatív, akkor $r < 0,1$ esetén is vannak negatív értékei.
 Ha pozitív vagy nulla, akkor $r < 0,1$ esetén a $NPV > 0$

$$-2.000 + 1.100 / 1,1 + 1.210 / 1,21 = 0$$

$r < 10\%$ esetén tehát $NPV > 0$, így a befektetők jobban gyarapodnak, ha A - t választják.

- b) Mivel csak akkor választhatjuk az „A” befektetést, ha a befektetett tőke egyik fele ugyanúgy jövedelmez, mint a „B” projekt, a másik fele pedig (2.000\$) a piaci elvart hozamnál jövedelmezőbb. Tehát az NPV pozitív így a pótlólagos befektetés nettó jelenértéke:

$$677 - 650 = 27\$$$

405. A következő befektetési lehetőségek valósíthatók meg:

Projekt	C_0	C_1	C_2
A	-1.600	1.200	1.440
B	-2.100	1.440	1.728

Határozza meg az A és B projektek jövedelmezőségi indexét, feltételezve, hogy a tőke alternatívaköltsége 20%! Melyik projektet v. projekteket fogadná el akkor,

- ha egyszerre mindkettő megvalósítható,
- ha csak az egyiket lehet magvalósítani?

Megoldás:

$PI = PV / |C_0|$, ha $PI > 1$, akkor a projektet megvalósítjuk

$$PV_A = 1.200 / 1,2 + 1.440 / 1,44 = 2.000\$ \quad PI_A = 2.000 / 1.600 = 1,25 > 1$$

$$PV_B = 1.440 / 1,2 + 1.728 / 1,44 = 2.400\$ \quad PI_B = 2.400 / 2.100 = 1,14 > 1$$

Ha egyszerre mindkettő megvalósítható, akkor megvalósítjuk az A és B projekteket is.

Ha a kettő között választanunk kell, akkor a pótlólagos pénzáramlást tekintjük, tehát megvizsgáljuk, hogy érdemes-e még 500\$ -t befektetni, és így a B-t kell választani:

	C_0	C_1	C_2
B – A	-500	240	288

$$PV_{B-A} = 240 / 1,2 + 288 / 1,44 = 400$$

$PI_{B-A} = 400 / 500 = 0,8 < 1$, tehát a kisebb tőkét igénylő befektetést választjuk.

406. Megvalósítaná-e a következő pénzáramlással járó projektet, ha a belső megtérülési ráta 13%, a tőke használdozat-költsége 10%.

Projekt	C_0	C_1	C_2
X	5.000	4.000	-11.000

Megoldás:

Ilyen cash flow akkor alakul ki, ha hitelt veszünk fel. Ábrázoljuk az NPV - t a megtérülési ráta (r) függvényében:

$$\begin{array}{ll} \text{Pl.:} & r = 0 \quad \text{NPV} = -2.000 \\ & r = 0,13 \quad \text{NPV} = 0 \end{array}$$

Elvetjük a projektet, mivel $r = 10\%$ -nál az NPV negatív.

Másik megoldás: $r = 0,1$ esetén az $\text{NPV} = 5.000 + 4.000 / 1,1 - 11.000 / 1,21 = -454$

- 407. Határozza meg az alábbi befektetési lehetőség belső megtérülési rátáját, s a 15%-os alternatívaköltség mellett értelmezett nettó jelenértéket!**

Projekt	C_0	C_1	C_2	C_3	stb.
	-9.000	1.800	1.800	1.800	

Megoldás:

A befektetés örökjáradékot eredményez, melynek jelenértéke:

$$\text{PV} = C / r = 1.800 / r$$

Belső megtérülési ráta az a diszkontláb, amely mellett $\text{NPV} = 0$.

$$\text{NPV} = -9.000 + 1.800 / \text{IRR} = 0 \quad \text{IRR} = 0,2$$

$$r = 0,15 \text{ mellett } \text{NPV} = -9.000 + 1.800 / 0,15 = 3.000\$$$

- 408. Vásárolunk egy egyéves lejáratú értékpapírt, mely 20.000 dollár befektetésre 3.200 dollár kamatot fog fizetni. A jövő évre várható infláció mértéke 14%. Mekkora az egy év múlva kapott kamat reálértéke, mekkora a reál megtérülési ráta?**

Megoldás:

A 14%-os infláció azt jelenti, hogy ma 1\$-ért annyit lehet vásárolni, mint jövőre 1,14\$-ért. Így az egy év múlva kapott 3.200\$-ért annyit vásárolhatunk majd, mint ma $3.200 / 1,14 = 2.807\$$ -ért.

$$\text{A nominál megtérülés: } -20.000 + 23.200 / (1 + r_n) = 0 \quad r_n = 0,16$$

$$\text{A reál megtérülés: } r_r = [(1 + r_n) / (1 + r_{\text{INFL}})] - 1 = (1,16 / 1,14) - 1 = 0,0175$$

$$r_r = 1,75 \% \quad \text{A reálhozam tehát pozitív.}$$

- 409. Vásárolunk egy egyéves lejáratú értékpapírt, amely 15000 dollár befektetésre 2500 dollár kamatot fog fizetni jövőre. A várható inflációs ráta 12 %.**

a) Mekkora az egy év múlva kapott pénzáramlás reálértéke?

b) Mekkora a reál alternatíva költség, ha a befektetés nettó jelenértéke 673,9 dollár?

Megoldás:

$$\text{a) } 2500 / 1,12 = 2232,14\$$$

$$\text{b) } -15.000 + 2232,14 / (1 + r_{\text{reál}}) = 673,9$$

410. Két különböző típusú gépet szerezhethünk be egyazon művelet elvégzésére. A két egymást kölcsönösen kizáró projekt pénzáramlásait a következő táblázat mutatja:

Gép	C_0	C_1	C_2	C_3
A	-100	110	121	-
B	-180	110	121	133

A tőke alternatíva-költsége 10%. Számítsa ki a projektek nettó jelenértékét! Határozza meg mindkét esetben a pénzáramlás évi egyenértékesét! Melyik gépet érdemes megvenni?

Megoldás:

$$NPV_A = -100 + 110 / 1,1 + 121 / 1,1^2 = -100 + 100 + 100 = 100 > 0$$

$$NPV_B = -180 + 110 / 1,1 + 121 / 1,1^2 + 133 / 1,1^3 = 120 > 0$$

A pénzáramlás éves egyenértékes:

$NPV = \text{éves egyenértékes} \times \text{járadéktényező}$

$$\text{járadéktényező: } AF = 1 / r (1 - 1 / (1 + r)^t)$$

„A” gép esetén: 2 év, és 10% kamatláb mellett az annuitás faktor 1,736

$$100 = \text{éves egyenértékes} \times 1,736$$

$$\text{éves egyenértékes} = 100 / 1,736 = 57,607$$

Tehát a gép két éven át évente 57,607\$-t jövedelmez.

„B” gép esetén: 3 év, és 10% kamatláb mellett az annuitás faktor 2,487

$$120 = \text{éves egyenértékes} \times 2,487$$

$$\text{éves egyenértékes} = 120 / 2,487 = 48,25$$

Tehát a gép 3 éven át 48,25\$-t jövedelmez.

Mivel a „A” gép többet jövedelmez, így azt választjuk.

411. Két egymást kölcsönösen kizáró projekt pénzáramlása

Projekt	C_0	C_0	C_1	C_3
A	-180	-220	242	-
B	-200	-220	242	266

Számítsa ki a projektek jelenértékét! Határozza meg mindkét esetben a pénzáramlás évi egyenértékesét! A tőke alternatívaköltsége 10%.

Megoldás:

$$NPV_A = -180 + 220 / 1,1 + 242 / 1,1^2 = 220$$

$$NPV_B = -200 + 200 / 1,1 + 242 / 1,1^2 + 266 / 1,1^3 = 400$$

$$NPV_A = \text{éves egyenértékes} \times AF_{2 \text{ év}, 10\%}$$

$$\text{éves egyenértékes} = 220 / 1,736 = 126,72$$

$$NPV_B = \text{éves egyenértékes} \times AF_{3 \text{ év}, 10\%}$$

$$\text{éves egyenértékes} = 400 / 2,487 = 160.83$$

- 412. Egy beruházási javaslat speciális külső vakolóanyag előállítását és forgalmazását javasolja. A marketing részlegtől kapott információk alapján az első évben 4000 tonna, a következő négy évben pedig évi 8000 t anyag biztosan eladható. A beruházás tőkeszükséglete:**

A gépsor beszerzési ára és az üzembe helyezésével kapcsolatos kiadások: 45mFt.

A kezdő forgótőke: 12mFt.

A második évben a termelés jelentős felfutása miatt további 5mFt a forgótőke-szükséglet.

A gépsort 5 év alatt, lineáris módszerrel, 1mFt maradványértékkel tervezik leírni.

Becslések alapján a leszerelt gépek eladásából 1mFt bevétele származhat a cégnek a termelés befejezése után, és felszabadul a forgótőke is.

A vakolóanyag tervezett eladási ára: 15.000Ft tonnánként.

A változó költség: 9.000Ft tonnánként.

A folyó tevékenységgel kapcsolatos fix költség évi 12mFt.

A tőke alternatíva költsége 20%.

A nyereségadó mértéke 40%.

- Értékelje a tervezett beruházás pénzügyi életképességét a nettó jelenérték módszer segítségével!**
- Becsülje meg a beruházás belső megtérülési rátáját!**
- Mennyi a tervezett beruházás jövedelmezőségi indexe?**
- A mutatók alapján érdemes-e megvalósítani a beruházást?**

Megoldás:

	C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅
Gép	-45.000					1.000
Forgótőke	-12.000		-5.000			17.000
Bevétel (15eFt/t)		60.000	120.000	120.000	120.000	120.000
Változó ktg (9eFt/t)		-36.000	-72.000	-72.000	-72.000	-72.000
Fix ktg		-12.000	-12.000	-12.000	-12.000	-12.000
B/T		12.000	36.000	36.000	36.000	36.000
Amortizáció		-8.800	-8.800	-8.800	-8.800	-8.800
Adóalap		3.200	27.200	27.200	27.200	27.200
Adó (40%)		-1.280	-10.880	-10.880	-10.880	-10.880
A/T		10.720	25.120	25.120	25.120	25.120
Cash flow	-57.000	10.720	20.120	25.120	25.120	43.120

ÉV	Pénzáram	Jelenérték /PV/
0.	-57.000	-
1.	+10.720	8.933
2.	+20.120	13.963
3.	25.120	14.544
4.	25.120	12.108
5.	43.120	17.334
PV Σ:		66.882

Feltételezzük, hogy végső pénzáramlás az utolsó működési év végén keletkezik.

$$NPV = C_0 + PV$$

$$NPV = -57.000 + 66.882 = \underline{+ 9.882}$$

Tehát a nettó jelenérték pozitív!!

b) Az IRR kétoldalú megközelítésével való meghatározása:

Melyik az a diszkontráta, amely mellett a $NPV = 0$?

ha 25 %-kal diszkontálunk, akkor $NPV = 1,733$

ha 30%-kal diszkontálunk, akkor $NPV = -5,006$

A különbség 6,739

$$25\% < IRR < 30\%$$

Arányosítással: $IRR = 25\% + (1733/6739) \cdot 5 = 26,3\%$

$$IRR = 30\% - (5,006/6,739) \cdot 5 = 26,3\%$$

Nyilvánvalóan mindkét oldalról közelítve ugyanazt az eredményt kapjuk.

c) $PI = PV / C_0 = 66.882 / 57.000$

413. A Sikamika tisztítószergyártó Rt. egy befektetésről dönt, mely 3 éven keresztül évi 2mFt adózott hozamot biztosít. A hasonló kockázatú befektetések hozama 13%, a befektetendő összeg 4,5mFt.

a) **A jövedelmezőségi index alapján adjon döntési tanácsot!**

b) **A cégnek nincs elég tőkéje a befektetés finanszírozásához, ezért részvényt bocsát ki. A kibocsátást szervező pénzügyi tanácsadó cég a kibocsátás értékének 20 %-ért vállalja a lebonyolítást. Milyen értékben bocsásson ki a cég részvényt, hogy a befektetés tőkeigénye mellett a kibocsátás költségét is fedezze?**

a) $PI = \frac{2 \cdot AF(3 \text{ év}, 13\%)}{4,5} = 2 \cdot 2,361 = 1,049 > 1$ megéri

b) 15 % jutalék
 $\frac{85\% \text{ tőkeigény}}{100\% \text{ kibocsátás}} = \frac{4,5 \text{ m Ft.}}{X}$ $0,85 X = 4,5 \text{ m Ft.}$
 $X = 5,294 \text{ m Ft}$ a kibocsátás volumene

Módosított jelenérték: $APV = NPV - \text{kibocsátási költség} = 0,222 - 0,79 = -0,569 \text{ m Ft.}$

414. Egy Kft új diagnosztikai műszert fejlesztett ki. A piac előzetes felmérése alapján 6 évig érdemes ezt a műszert gyártani. A beruházás tőkeigénye: a gépek, berendezések aktiválható értéke 4,6 millió Ft, az induló forgótőke szükséglet 400 ezer Ft. Az amortizációt évi 14,5%-os kulccsal számolhatják el. A termelés befejezése után a gépeket maradványértéken eladják. Az első év várható árbevétele 6 millió Ft, amely a becslések szerint a következő 3 évben - részben az értékesítési volumen emelkedése, részben az infláció következtében - évi 20%-kal emelkedik, majd a hátralévő években az addig elért szinten marad. A folyó működési költségek az első évben 4 millió Ft-ot tesznek ki, és a számítások szerint évi 10%-kal emelkednek a beruházás élettartama alatt. A forgótőke a 2-3-4-ik évben évente 50 ezer Ft-tal nő, majd a 6-dik év végén a

Ilekötött forgótőke teljes egészében felszabadul. A Kft jelenleg 18% társasági adót fizet, az átlagos tőkeköltése 15%.

- a) **Értékelje a beruházás pénzügyi életképességét a nettó jelenérték alapján!**
b) **Számítsa ki a beruházás belső megtérülési rátáját!**

Megoldás:

Működési pénzáramok

adatok ezer Ft-ban

Megnevezés	Periódusok					
	1	2	3	4	5	6
Arbevétel	6.000	7.200	8.640	10.368	10.368	10.368
- Folyó működési ktg.	4.000	4.400	4.840	5.324	5.856	6.442
- Értécsökkenési leírás	667	667	667	667	667	667
Adózást előtti nyereség	1.333	2.133	3.133	4.377	3.845	3.259
- Adó (18%)	240	384	564	788	692	587
Adózott nyereség	1.093	1.749	2.569	3.589	3.153	2.672
+ Értécsökkenési leírás	667	667	667	667	667	667
Cash flow a folyó működésből	1.760	2.416	3.236	4.256	3.820	3.339
Változás a forgótőkében	0	- 50	- 50	- 50	0	+ 550
Változás a tárgyi eszközökben	0	0	0	0	0	+ 598
A beruházás révén képződő cash flow	1.760	2.366	3.186	4.206	3.820	4.487

a) $NPV = 5.000 + 1.760 \times 0,870 + 2.366 \times 0,756 + 3.186 \times 0,658 + 4.206 \times 0,572 + 3.820 \times 0,497 + 4.487 \times 0,432 = + 6.659$

b) $IRR = 49,1\%$

- 415. Egy vállalkozó személyi számítógép vásárlását tervezi. Az egymást kölcsönösen kizáró javaslatok becsült pénzáramai a következők: (adatok Ft-ban)**

Periódus	A variáció	B variáció
0	-190.000	-210.000
1	60.000	70.000
2	80.000	90.000
3	100.000	140.000
4	40.000	-

A számítógép használatával költség-megtakarítást érhet el a vállalkozó.

- a) **Melyik variáció jobb a nettó jelenérték szabály alapján, 14%-os tőkeköltéséget feltételezve?**
b) **Melyik variáció előnyösebb, ha a számítógépek élettartamát is figyelembe vesszük?**

Megoldás:

- a) A költségmegtakarítás nyereségnövekedéssel egyenértékű.

A variáció: $NPV + 15.320 \text{ Ft}$

B variáció: $NPV + 15.100 \text{ Ft}$

A nettó jelenértékek alapján a két variáció között nincs érdemi különbség.

- b) Ha figyelembe vesszük a gépek eltérő hasznos élettartamát, akkor B variáció a

kedvezőbb.

"B" variáció 15.100 Ft-os nettó jelenértéke évi 6.503 Ft-os annuitásnak, míg "A" variáció 15.320 Ft-os nettó jelenértéke évi 5.257 Ft-os annuitásnak felel meg.

416. **XY Társaság vezetése egyik üzemük teljes felújítását fontolgatja. A felújítás 30 millió Ft-ba kerülne és nem befolyásolná az üzem hátralévő élettartamát, amit 10 évre becsülnek. Számszerűsítette viszont a tanulmány a felújítás bevételekre és költségekre (kiadásokra) gyakorolt hatását. Ezek a következők:**

Pótlólagos forgótőke szükséglet (a 0. évben):	2 millió Ft
Az árbevétel évi növekedése:	8 millió Ft
A folyó működési költségek évi csökkentése:	2 millió Ft
A fix általános költségek évi növekedése:	4 millió Ft

A felújítás költségét 10 év alatt lineáris módszerrel kívánják leírni, és 1 millió Ft-os maradványértékkel számolnak a tizedik évben. Becslések szerint a tárgyi eszközök értékesítéséből származó összeg (amely a maradványértéknek megfelelő összeg, vagyis 1 millió Ft) és a felszabaduló forgótőke (2 millió Ft) is befolyik az utolsó évben.

- a) **Írja fel az üzemcsarnok felújításával kapcsolatos pénzáramokat!**
b) **Számítsa ki a befektetés nettó jelenértékét, ha a társaság 20%-os adókulccsal és 14%-os tőkeköltséggel számol!**

Megoldás:

- a) Kezdő pénzáram: 32.000 eFt.
Működési pénzáram: 5.380 eFt, 10 éven keresztül
Végző pénzáram: 3.000 eFt.

Működési pénzáramok becslése:

Árbevétel növekmény	8.000 eFt
Költségek növekedése	- 2.000 eFt
Értékcsökkenési leírás	- 2.900 eFt
Adózás előtti nyereség	3.100 eFt
- Adó 20%	620 eFt
Adózott nyereség	2.480 eFt
+ Értékcsökkenési leírás	2.900 eFt
Működési pénzáram	5.380 eFt

- b) $NPV = - 32.000 + 5.380 \times 5,216 + 3.000 \times 0,270 = - 3.128$ ezer Ft

5. HOSSZÚ TÁVÚ FINANSZÍROZÁS

501. Az egyik sörgyár üdítőital gyártásával szeretné bővíteni a tevékenységét. Mivel e termékcsaláddal kapcsolatban nincsenek tapasztalatai, ezért a pénzügyi vezetés számára gondot jelent a beruházás értékeléséhez szükséges tőkeköltség meghatározása. A probléma megoldásához kerestek egy olyan céget, amely csak üdítőital gyártásával foglalkozik. Az adatokból azonban kiderült, hogy a két cég tőkeszerkezete és adófizetési kötelezettsége eltér egymástól. Így ezért a pénzügyi elemzőknek először az üdítőitalokat gyártó cég tőkeáttétel nélküli tőkeköltségét kellett megbecsülni, majd ezt alapul véve számították ki a sörgyár számára megfelelő tőkeköltséget.

A sörgyár főbb adatai:

a hitelek kamata (r_D)	10%
átlagos adókulcs (T_c)	10%
adósság-saját tőke arány (D/E)	30/70

Az üdítőital gyár főbb adatai:

a részvényesek által elvárt hozam (r_E)	18%
a hitelek kamata (r_D)	12%
átlagos adókulcs (T_c)	20%
adósság-saját tőke arány (D/E)	50/50

- a) Számítsa ki, mekkora hozamot várnának el az üdítőitalokat gyártó cég részvényesei, ha hitel nélkül finanszíroznák a befektetéseket!
- b) Számítsa ki a sörgyár új beruházásának értékeléséhez megfelelő tőkeköltséget, ha a cég jelenlegi tőkeszerkezetét a jövőben is fenn kívánja tartani!

Megoldás:

- a) $r = 15,3\%$
- b) $r = 17,3\%$

502. „X” társaság az eszközeit 40%-ban adóssággal, 60%-ban saját tőkével finanszírozza. A társaság olyan ágazatban kíván befektetni, amellyel kapcsolatban nincsenek tapasztalatai. A pénzügyi elemzők a beruházás értékelésekor három olyan cég adatait vették alapul, amelyek a kérdéses üzletágban tevékenykednek. A három cég bétájának átlaga 1,2; tőkeszerkezetükben a hitelek aránya átlagosan 50%. Adózás tekintetében nincs különbség a cégek között, valamennyien 20%-os adókulccsal számolnak. A kockázatmentes kamatláb 10%, a piaci portfólió kockázati prémiuma 5%.

- a) Számítsa ki az új beruházás üzleti kockázatát (becsült eszközbétaját), és elvárt hozamát!
- b) Számítsa ki a részvényesek kockázatát kifejező bétát ha a társaság nem kíván a tőkeszerkezetén változtatni, és a hitelei kockázatmentesnek tekinthetők!

Megoldás:

A feladatot két lépésben kell megoldani:

1. lépés

Kiszámítjuk az ágazat üzleti kockázatát, amit az eszközök bétája fejez ki.

Ha egy cég adóssággal is finanszíroz (pénzügyi tőkeáttétel), akkor a cég, azaz a részvények bétája nagyobb, mint az eszközök bétája.

Ha $D/E = 0$, akkor $\beta_E = \beta_A$

Ha a cég nem finanszíroz adóssággal, akkor:

β_U = nem tőkeáttételes (unlevered) cég bétája:

$$\beta_U = \beta_E / [1 + (1 - t_c) \times D / E] = 1,2 / [1 + (1 - 0,2) \times 1] = 1,2 / 1,8 = 0,67$$

Ha tehát a cégek tőkeszerkezetében nem 50%, hanem 0 lenne az adósság, akkor a béta csak a piaci üzleti kockázatot tükrözné.

2. lépés

"X" társaság részvényei bétájának kiszámítása a társaság által tervezett tőkeszerkezetnek megfelelően.

$$\beta_E = \beta_U \times [1 + (1 - t_c) \times D / E] = 0,67 (1 + (0,8 \times 40 / 60)) = 0,67 \times 1,53 = 1,03$$

Ha a társaság csak saját tőkével finanszírozna, a részvényesek csak az üzleti kockázat vállalásáért kapnának prémiumot és az elvárható (megkövetelhető) hozam 13,35% lenne.

$$r = 10 + 0,67 (15 - 10) = 13,35\%$$

A meglévő tőkeszerkezet mellett a részvényesek az üzleti kockázaton túl pénzügyi kockázatot is vállalnak, ezért ha a CAPM feltételezései érvényesülnek, akkor az általuk elvárható hozamnak 15,15% kell lennie.

$$r = 10 + 1,03 (15 - 10) = 15,15\%$$

503. Egy beruházási javaslat és a piaci portfólió lehetséges hozamait, valamint a hozamok bekövetkezésének valószínűségét az alábbi adatok szemléltetik:

Valószínűség	Becsült hozam %	
	Beruházás	Piac
0,3	17,0	16
0,4	12,0	14
0,3	9,0	10

a) Ha a kockázatmentes kamatláb 8%, mennyi a beruházás várható és elvart hozama?

b) Ha a cég jelenlegi átlagos tőkeköltsége 12%, elfogadható-e a beruházás?

Megoldás:

a) A piaci portfólió várható hozama:

$$r = 0,3 \times 16 + 0,4 \times 14 + 0,3 \times 10 = 13,4\%$$

A beruházás várható hozama:

$$r = 0,3 \times 17 + 0,4 \times 12 + 0,3 \times 9 = 12,6\%$$

A beruházás hozamának szórása:

$$\sigma = 3,14\%$$

A piaci portfólió hozamának szórása:

$$\sigma_m = 2,37\%$$

A beruházás hozamának kovarianciája a piaci portfólió hozamával:

$$0,3 \times (+4,4) \times (+2,6) = +3,432$$

$$0,4 \times (-0,6) \times (+0,6) = -0,144$$

$$0,3 \times (-3,6) \times (-3,4) = +3,672$$

$$\sigma_{im} = 6,96$$

A beruházás bétája:

$$\beta = 6,96 / 5,64 = 1,23$$

A beruházás elvárt, a piaci kockázattal arányos hozama:

$$r = 8 + 1,23 \times (13,4 - 8) = 14,64\%$$

- b) A beruházás várható hozama kisebb, mint a beruházás kockázatossága alapján megkövetelhető hozam, ezért a beruházási javaslatot el kell utasítani.

504. Egy vállalat piaci értéken számított mérlege a következő:

Eszközök értéke:	200	Idegen tőke:	/ezer \$/ 80
		Saját tőke:	120
Eszközök értéke:	200	A vállalat értéke:	200

- a) Mekkora az eszközök várható hozama, ha a kötvényesek 7%-os, a részvényesek pedig 12%-os évi hozamra számítanak?
- b) Ha a vállalat egy olyan projekt megvalósítását tervezi, amelynek üzleti kockázata megegyezik a vállalat már működő beruházásainak kockázatával, akkor mekkora a projekt alternatívaköltsége?
- c) Hogyan módosul a cég piaci értéken számított mérlege, ha további 20 ezer dollárnyi részvényt bocsát ki, és ezt az idegen forrás visszafizetésére használja?

Eszközök értéke:	Idegen tőke:
	Saját tőke:
Eszközök értéke:	A vállalat értéke:

Hogyan befolyásolja ez a finanszírozási szerkezetben beállt változás a részvényesek és a kötvényesek által elvárt hozamot? Módosul-e az eszközök várható hozama?

- d) Tegyük fel, hogy a c) pontban felírt mérleg érvényes, és a kötvényesek a kisebb tőkeáttétel miatt 6,3%-os hozammal is megelégednek. Mekkora hozamot követelnek meg a részvényesek a vállaltól?
- e) Az új finanszírozási szerkezet hatására az idegen forrás piaci kockázata csökkent, bétája 0,2. Határozza meg a saját tőke bétáját, ha a vállalat eszközeinek bétája 0,9!

- a) $r_A = D/D+E \cdot r_D + E/D+E \cdot r_E = (80/200 \cdot 0,07) + (120/200 \cdot 0,12) = \underline{0,1}$ /10%/
- b) $r_A = 10\%$
- c)

Eszközök értéke:	200	Idegen tőke:	60
		Saját tőke:	140
Eszközök összesen:	200	Vállalat értéke:	200

A finanszírozási szerkezetben beállt változás a részvényesek és a kötvényesek által elvárt hozamot csökkenti.

Az eszközök várható hozama nem módosul.

- d) $r_E = r_A + D/E \cdot (r_A - r_D) / r_E = 11,6$
- e) $\beta_E = \beta_A + D/E \cdot (\beta_A - \beta_D) = 0,9 + 60/140 \cdot (0,9 - 0,2) = 1,2$

505. Egy vállalat piaci értéken számított mérlege a következő:

Eszközök:	300	Idegen tőke:	130
		Saját tőke:	170
Összes eszköz:	300	Összes forrás:	300

- a) **Mekkora az eszközök várható hozama, ha a kötvényesek 6%-os, a részvényesek pedig 10%-os hozamot várnak?**
- b) **Mekkora a vállalat piaci értéke?**
- c) **Ha a vállalat egy olyan projekt megvalósítását tervezi, amelynek üzleti kockázata megegyezik a vállalat már működő beruházásainak kockázatával, akkor mekkora a projekt alternatíva-költsége?**

- a) $r_D = 0,06$ $r_E = 0,1$
 $r_A = D / D + E \times r_D + E / (D + E) \times r_E = 170 / 300 \times 0,1 + 130 / 300 \times 0,06 = 0,082$
 $r_A = 8,2\%$
- b) A vállalat piaci értéke: 300
- c) 8,2 %

506. Egy vállalatot 40 százalékban kockázatmentes hitelből finanszíroznak. A kockázatmentes kamatláb 10 százalék, a várható piaci hozam 20 százalék, a részvény bétája pedig 0,5. Mekkora a vállalati tőkekölttség?

$$r_f = 0,1 \quad r_m = 0,2 \quad \beta_A = \beta_E \times E / (E + D) + \beta_D \times D / (E + D)$$

$$\beta_E = 0,5 \quad \beta_D = 0 \quad \beta_A = 0,5 \times 0,6 + 0 \times 0,4 = 0,3$$

$$r_A = r_f + \beta_A (r_m - r_f) = 0,1 + 0,3 (0,2 - 0,1) = 0,13 \quad \underline{\text{azaz } 13\%}$$

507. A Tilitoli szállítmányozó Rt.-nek három részlege van. Ezek értéke a vállalat egészének arányában: Tili részleg: 40%, Toli részleg: 40%, Csuszi részleg: 20%. Az elvárt piaci hozam 20%, a kockázatmentes kamatláb 10%. A CAPM feltételei teljesülnek. A vállalat tevékenységét 30%-ban kockázatmentes hitelből finanszírozzák. Az egyes részlegek tőkekölttségét az alábbi piaci versenytársak adataiból becsülték:

**Becsült üzleti kockázat
(becsült eszköz béta)**

Huzi Rt.	0,4
Voni RT.	1,2
Elhuz RT.	0,8

- a) **Határozza meg az egyes részlegektől elvárt hozamot!**
- b) **Becsülje meg a vállalat egészének piaci kockázatát és elvárt hozamát!**
- c) **Mennyi a vállalat részvényeinek kockázata és elvárt hozama?**

Megoldás:

- a) $r_{A\text{ TILI}} = 0,1 + 0,4 \times (0,2 - 0,1) = 14\%$
 $r_{A\text{ TOLI}} = 0,1 + 1,2 \times (0,2 - 0,1) = 22\%$
 $r_{A\text{ CSUSZI}} = 0,1 + 0,8 \times (0,2 - 0,1) = 18\%$
- b) $r_A = 0,4 \times 14 + 0,4 \times 22 + 0,2 \times 18 = 18\%$
 $\beta = (r_A - r_f) / (r_m - r_f) = (18 - 10) / (20 - 10) = 0,8$
- c) $0,8 = 0,3 \times 0 + 0,7 \times \beta_E$ $\beta_E = 1,14$
 $r_E = 18 + 0,3 / 0,7 (18 - 10) = 21,43\%$

508. Az óragyártás kockázata alatta marad az átlagos piaci kockázatnak, bétája 0,8. A piacon két hasonló, azonos tőke költségű óragyár küzd egymással. A Bim-Bam Óraipari vállalatnál az idegen források aránya 1/3, a Tik-Tak Óragyártó Rt.-nél 1/5. A Bim-Bam részvényeitől elvárt hozam 20%, kötvényeitől elvárt hozam 15%, kötvényeinek bétája 0,5. A T-T óragyártó kötvényeitől elvárt hozam 10%. A CAPM feltételei teljesülnek.

- a) **Mekkora a kockázatmentes kamatláb és a piaci portfólió hozama?**
b) **Mekkora a Tik-Tak óragyár részvényeinek kockázata és hozama?**

Megoldás:

	Bim-Bam	Tik-Tak
β_A	0,8	0,8
$D / (D + E)$	1 / 3	1 / 5
r_E	20%	
r_D	15%	10%
β_D	0,5	

a) $r_A = 2 / 3 \times 0,2 + 1 / 3 \times 0,15 = 18,3\%$

$r_A = r_f + \beta_A \times (r_m - r_f)$

$r_D = r_f + \beta_D \times (r_m - r_f)$

$18,3 = r_f + 0,8 \times (r_m - r_f)$ $r_f = 18,3 - 0,8 \times (r_m - r_f)$

$15 = r_f + 0,5 \times (r_m - r_f)$

$15 = 18,3 - 0,8 \times (r_m - r_f) + 0,5 \times (r_m - r_f)$

$(r_m - r_f) = 11$

$r_f = 18,3 - 0,8 \times 11 = 9,5\%$

b) $18,3 = 4 / 5 \times r_E + 1 / 5 \times 10$ $r_E = 20,4\%$

$r_E = r_f + \beta_E \times (r_m - r_f)$

$20,4 = 9,5 + \beta_E \times 11$ $\beta_E = 0,99$

509. A kockázatmentes kamatláb 7%, a piaci kockázati díj 7,9%.

- a) Számítsa ki a Idaho Power vállalati tőke költségét a CAPM segítségével, ha tudjuk, hogy a kötvényesek által elvárt hozam 10%, a részvények bétája 0,6. A kötvények piaci értékének részaránya a tőkeszerkezetben 30%.
- b) Az Idaho Power szeretne megvalósítani egy olyan beruházást, melynek kockázata közel azonos a vállalat átlagos kockázatával. A beruházás az első évben becslések szerint 1,5 millió dollárt hoz. A projekt jelenértéke ezek alapján 1.348.800\$.
- Tudomásunkra jut azonban, hogy a technológiai fejlesztés akadozik, fel kell készülnünk arra, hogy egy év múlva csak 0,3 valószínűséggel kapjuk meg az 1,5 millió dolláros jövedelmet. Előrejelzést készítenek, melynek eredménye a következő:

Egy év múlva lehetséges pénzáramlás /millió\$/	Valószínűség
1,6	0,1
1,5	0,3
1,2	0,2
0,8	0,15
0,5	0,15
0	0,1

Számolja ki a pénzáramlás várható értékét és jelenértékét! Határozza meg a 1,5 millió dollárra alkalmazandó új diszkontlábát!

- a) $r_F = 0,07$; $r_M - r_f = 0,079$; $D/D+E = 0,3$; $r_D = 0,1$; $\beta_E = 0,6$
 $r_A = r_f + \beta_A * (r_M - r_f)$
 $r_D = r_f + \beta_D * (r_M - r_f)$
 $0,1 = 0,07 + \beta_D * 0,079$ $\beta_D = 0,03/0,079 = 0,3797$
 $\beta_A = 0,3 * 0,38 + 0,7 * 0,6 = 0,114 + 0,42 = 0,534$
 $r_A = 0,07 + 0,534 * 0,079 = 0,1121$ /11,21%/
- b) Várható érték: $0,16 + 0,45 + 0,24 + 0,12 + 0,075 + 0 = 1,045$ millió \$
 $PV = 1,045/1,1121 = 939.663\$$
 $1500.000/1+r = 939.663$ $1+r = 1,5963$ $r = 59,63 \%$
 Az új diszkontláb irreálisan magas, hiszen annak a valószínűsége, hogy a várható jövedelem 1500.000 \$, a harmadára csökkent.

510. A Joo-ing Oil Company szeretne egy olyan beruházást megvalósítani, mely az első évben 500 ezer dollárt hoz, a kockázata pedig megegyezik az egész vállalat kockázatával. A vállalati tőke költség 15%.

- a) Számítsa ki a beruházás jelenértékét!
- b) Tudomásunkra jut, hogy a technológiai fejlesztés akadozik, így az 500 ezer dollárt csak 0,4 valószínűséggel hozza a beruházás, 200 ezret hoz 0,3 valószínűséggel és 300 ezret 0,3 valószínűséggel. Határozza meg a pénzáramlás várható értékét és új jelenértékét! Határozza meg az 500 ezer dollárra alkalmazandó új diszkontlábakat!
- a) $500/1,15 = 434,78$ ezer \$
- b) A pénzáramlás várható értéke: $500 * 0,4 + 200 * 0,3 + 300 * 0,3 = 350$ ezer \$
 $PV = 350/1,15 = 304,34$ ezer \$
 diszkontláb: $500/1+r = 304,3$

511. Számítsuk ki az alábbi hitelfelvételek esetén a kamat miatti adó-megtakarítás jelenértékét. Csak a vállalati adókat vegyük figyelembe. Az adókulcs $T_c = 0,34$

- a) 1000 dollár, egyéves lejáratú, 8% kamatozású kölcsön.

- b) 1000 dollár, ötéves lejáratú, 8% kamatozású kölcsön.
Tételezzük fel, hogy nincs törlesztés a lejáratig.
- c) 1000 dolláros örökjáradék 7% mellett.

Megoldás:

- a) $T_C \cdot r_D \cdot D / (1 + r_D) = 0,34 \cdot 0,08 \cdot 1000 / 1,08 = 25,19\$$
- b) $(T_C \cdot r_D \cdot D / r_D) / (1 - 1/(1 + r_D)^5) = 0,34 \cdot 0,08 \cdot 1000 / 0,08 \cdot (1 - 1/(1,08)^5) = 108,8\$$
- c) $(T_C \cdot r_D \cdot D / r_D) = T_C \cdot D = 0,34 \cdot 1000 = 340\$$

512. Mekkora a vállalati hitel relatív adóelőnye, ha a vállalati adókulcs $T_c = 0,34$, a személyi jövedelemadó-kulcs $T_p = 0,31$, a teljes részvényjővedelmet tőkenyereséggként fizetik ki, amely teljesen mentes az adófizetés alól $T_{pE} = 0$? Hogyan változik a relatív adóelőny, ha a vállalat úgy dönt, hogy a részvényjővedelmet teljes egészében osztalékként fizeti ki, mely SZJA köteles?

Megoldás:

- a) $1 - T_p / (1 - T_{pE}) \cdot (1 - T_c) = 0,69 / 0,66 = 1,05$
- b) $1 - T_p / (1 - T_{pE}) \cdot (1 - T_c) = 1,52$

513. Circular File Company

/ piaci érték /			
Nettó forgótőke	20\$	25\$	Kötvények
Tárgyi eszközök	10\$	5\$	Részvények
Eszközök	30\$	30\$	Források
/ könyv szerinti érték /			
Nettó forgótőke	20\$	50\$	Kibocsátott kötvény
Tárgyi eszközök	80\$	50\$	Részvénytőke
Összes eszköz	100\$	100\$	Összes forrás

Ki nyer és ki veszít az alábbi ügyleteken?

- a) A Circular 5 dollárt osztalékként fizet ki.
- b) A Circular leállítja a termelést, eladja a befektetett eszközeit, a nettó forgótőkét pénzzé teszi. Sajnos a tárgyi eszközökért csak 6 dollárt kap a másodlagos piacon. A 26 dollárt kincstári váltóba fekteti.
- c) A Circularnak van egy olyan befektetési lehetősége, amelyre az NPV=0, és 10 dollár befektetést igényel. A vállalat a projekt finanszírozásához kölcsönt vesz fel. Az új hitel kondíciói megegyeznek a régiével / biztonság, lejárat stb. szempontjából /.
- d) Tételezzük fel, hogy az új projektre az NPV=+2 és elsőbbségi részvények kibocsátásával finanszírozzák.
- e) A hitelezők beleegyeznek, hogy a kölcsön lejáratát egy évről két évre változzon, hogy esélyt adjanak a Circular-nak a felépülésre.

Megoldás:

A tárgyi eszközök piaci értéke: a belőlük származó várható jövedelmek jelenértékének összege. A kötvények és a részvények piaci értéke : az értékpapírok piaci árfolyamának és a darabszámnak a szorzata.

A tárgyi eszközök könyv szerinti értéke: a beszerzési ár mínusz az eddig elszámolt amortizáció.

A kibocsátott kötvények könyv szerinti értéke: A névérték és a kibocsátott kötvények számának szorzata.

(A lejárat végére ekkora tőkét követelnek a kötvényesek vissza.)

A részvénytőke könyv szerinti értéke: részvény névértéke szorozva a volumennel. (A részvényesek ezt a tőkét nem követelhetik vissza.) A piaci mérleg főösszege a vállalat értéke.

- a) A vállalat piaci értéke 25\$-ra csökken, a kötvények és a részvények együttes piaci értéke szintén 5\$-ral csökken.
Mivel a darabszámuk nem csökken, így a piaci árfolyamuk nem lesz alacsonyabb, mégpedig a kötvényesek kilátásai romlanak, hiszen 50\$-t követelnek, és a vállalat már csak 25\$-t ér. A részvények piaci árfolyama akár még nőhet is, hiszen az osztalék mértéke igen jelentős volt.
- b) A vállalatot megszüntetik, így a részvények árfolyama zérusra csökken, ők nem reménykedhetnek tovább. A kötvényesek megkapják a 26\$-t, ami veszteség az 50\$-os követelésükkel szemben, de legalább biztos pénz.
- c) $NPV = C_0 + PV = 0$
 $C_0 = -10 \$$ $PV = 10 \$$
 / Kölcsön felvétele = kötvény kibocsátása : modell – feltétel /
 ÚJ mérlegek

Cilkular File Company /könyv szerinti érték/			
Netto forgótőke:	20\$	kibocsátott kötvény:	60\$
Tárgyi eszközök:	80 + 10\$	részvénytőke:	50\$
	80 + Co		
Összes eszköz:	110 \$	összes forrás:	110\$
Cilkular File Company /piaci érték/			
Netto forgótőke:	20\$	kibocsátott kötvény:	kb. 33\$
Tárgyi eszközök:	10 + 10\$	részvénytőke:	kb. 7\$
	10 + PV		
Összes eszköz:	40 \$	összes forrás:	40\$

A régi kötvényesek jól jártak, mivel $30/50 = 0,6$ -ról $40/60 = 0,66$ -ra nőtt tőkéjüknek az a hányada, amit a vállalat valószínűleg vissza tud fizetni.

Az új kötvényesek /ha akadtak ilyenek/ veszítettek, hiszen várhatóan a kamatokon felül csak tőkéjük 66%-át kapják vissza, így kötvényük árfolyama a névérték alá csökken a kibocsátás után.

A régi kötvényesek árfolyam-növekedésre számíthatnak, míg korábban a kötvényesek a név-értékük felét érték ($25/50$), most várhatóan $(0,66/0,6) \cdot 0,5 = 0,55$ azaz 55%-át kb. 33,3 \$.

A részvényesek kilátásai javultak, hiszen a vállalat piaci értéke nőtt, ez meg is látszik az árfolyamértékükben.

A menedzsment megvalósított egy zérus NPV-jű beruházást kötvények kibocsátásával, aminek következtében a régi kötvényesek és a részvényesek javították pozíciójukat az új kötvényesek kárára.

- d) $NPV = C_0 + PV = -10 + 12 = 2\$$

Cilkular File Company könyv szerinti értéken			
Netto forgótőke:	20\$	Kibocsátott kötvény:	50\$
Tárgyi eszközök:	80 + 10\$	Részvénytőke:	50\$
		elsőbbbségi részvény:	10\$
Összes eszköz:	110 \$	összes forrás:	110\$
Cilkular File Company piaci értéken			
Netto forgótőke:	20\$	kibocsátott kötvény:	kb. 35\$
Tárgyi eszközök:	10 + 12\$	részvénytőke:	kb. 7\$
	10 + PV		

Összes eszköz:	42 \$	összes forrás:	42\$
----------------	-------	----------------	------

A vállalat piaci értéke 12 dollárral nőtt az eredeti állapothoz képest, így a kötvények piaci értéke nő, azaz mivel volumenük azonos árfolyamuk nő.

$(42/50 : 30/50) * 25/50 = 0,7$ azaz 70%-ra, ami $0,7 * 50 = 35\$$.

Az elsőbbségi részvények árfolyama a kibocsátás után valószínűleg csökken, látjuk, hogy a vállalat piaci értékének növekedésén a részvényeseknek meg kell osztaniuk a kötvényesekkel, sőt az igazi nyertesek a kötvényesek.

- e) A részvényesek csak nyerhetnek, mivel a lejárt tartozás helyett a vállalatnak halasztott kötelezettsége van. A kötvényesek kockáztatnak, a vállalat piaci értéke 2 év alatt többet változhat pozitív és negatív irányba is, mint egy év alatt.

514. A Tipitopi cipőipari Rt. tőkeszerkezete a következő:

Forrás	Béta	Piaci érték(MFt)
Hitel	0	100
Elsőbbségi részvény	0,2	40
Részvény	1,2	200

Mekkora a vállalat eszközeinek bétája?

Megoldás:

$$\beta_A = (100 / 340 \times 0) + (40 / 340 \times 0,2) + (200 / 340 \times 1,2) = 0,73$$

515. Az „A” vállalat vagyonmérlegében a nettó forgótőke 2 millió dollár, a tartós eszközök nettó könyv szerinti értéke 8 millió dollár, a külső tőke aránya az össztkén belül 30%. A „B” cég vagyonmérlegében 0,1 millió dollár a nettó forgótőke, a tartós eszközök könyv szerinti értéke 0,9 millió dollár, csak saját tőkével finanszírozzák a céget.

- a) Írja fel a fúzió utáni vagyonmérleget az "AB" cégre egyesítés esetén.
b) Az "A" vállalat megvásárolja a "B" céget a könyv szerinti érték 180%-án. Írja fel a felvásárlás utáni vagyonmérleget.

Megoldás:

"A" vállalat:	/millió \$/			
nettó forgótőke:	2,0	kötvények:	3,0	
tartós eszközök:	8,0	részvény:	7,0	
Összes eszköz.	10,0	Összes forrás:	10,0	
"B" vállalat:	/millió \$/			
nettó forgótőke:	0,1	kötvények:	0	
tartós eszközök:	0,9	részvény:	1,0	
Összes eszköz.	1,0	Összes forrás:	1,0	
Egyesítés:	AB cég /millió \$/			
nettó forgótőke:	2,1	kötvények:	3,0	
tartós eszközök:	8,9	részvény:	8,0	
Összes eszköz.	11,0	Összes forrás:	11,0	
Felvásárlás 180%-on	AB cég /millió \$/			
nettó forgótőke:	2,1	kötvények:	3,0	
tartós eszközök:	8,9	részvény:	$7 + 1 * 1,8 = 8,8$	
goodwill:	0,8			
Összes eszköz.	11,8	Összes forrás:	11,8	

516. Egy részvénytársaság forgalomban lévő részvényeinek a száma 3 millió db. A társaság úgy tervezi, hogy részvényenként 30Ft osztalékot fog fizetni. Számításai szerint az egy

részvényre jutó nyereség 62,5Ft lesz. A társaság a jelenlegi befektetéseit 60%-ban saját tőkével, 40%-ban adóssággal finanszírozza. A jövő évre tervezett beruházási javaslatok megvalósításához 400 millió Ft forrásra lenne szükség. Ha a társaság nem kíván változtatni a jelenlegi tőkeszerkezeten és a tervezett osztalékot is ki akarja fizetni, mennyi saját tőkét kell szereznie a tőkepiacról?

Megoldás:

- a) A társaság várható adózott nyeresége:

$$62,5 \times 3 \text{ millió} = 187,5 \text{ millió Ft}$$

A tervezett osztalék kifizetése után belső forrásból 97,5 millió Ft fordítható beruházásra.

A jelenlegi tőkeszerkezet fenntartásával a 400 millió Ft-os tőkeszükségletből 160 millió Ft adósság formájában, 240 millió Ft tulajdonosi tőke formájában szerezhető meg. A tulajdonosi tőkéből 97,5 millió Ft belső forrásból biztosítható, így a tőkepiacról 142,5 millió saját tőkét kellene szerezni.

517. Egy részvénytársaság néhány kiemelt pénzügyi adata a következő:

Adózott nyereség	180.000 ezer Ft
A forgalomban lévő részvények száma	1,2 millió db
P/E	10
A részvények jelenlegi árfolyama	1.500Ft / részvény

A társaság az adózott nyereségből 60 millió Ft-ot visszaforgat, a többit pedig vagy kifizeti osztalék formájában, vagy bizonyos számú részvény visszavásárlására fordítja. A visszavásárlást a nyílt piacon, 1.600Ft-os árfolyamon tervezik meghirdetni.

- a) **Számítsa ki, melyik változat lenne előnyösebb a részvényeseknek, ha minden más körülmény azonos!**
b) **Hogyan hatna a visszavásárlás a részvényesek vagyonára, ha a visszavásárlási árfolyam 2.000Ft lenne?**

Megoldás:

- a)

Megnevezés	Visszavásárlás előtt	Visszavásárlás után
Adózott nyereség	180.000 ezer Ft	180.000 ezer Ft
Kibocsátott részvények száma	1.200.000 db	1.125.000 db
EPS	150 Ft/részvény	160 Ft/részvény
P/E	10	10
Piaci árfolyam (osztalék nélkül)	1.500 Ft/részvény	1.600 Ft/részvény
Tervezett osztalék	100 Ft/részvény	0 Ft

Adott feltételek mellett a részvény visszavásárlás nem befolyásolná a részvényesek vagyoni pozícióját. Ha a társaság az osztalékfizetés mellett döntene, a részvényesek vagyona részvényenként 100 Ft osztalékból és a részvények 1.500 Ft-os piaci értékéből állna. Ha a részvény visszavásárlást választanák, akkor azok a részvényesek, akik eladnának a papírjaikból, részvényenként 1.600 Ft-ot kapnának, a megmaradó részvények árfolyama pedig szintén 1.600 Ft-ra emelkedne.

- b) Ha a részvényeket a tervezettnél magasabb áron sikerülne csak visszavásárolni (2.000 Ft-ért), akkor a 120 millió Ft-ért kevesebb részvényt lehetne visszavásárolni. Így azok a részvényesek, akik megtartanák a papírjaikat, kedvezőtlenebb helyzetbe kerülnének, mintha osztalékot fizetett volna a társaság.

518. Egy részvénytársaság forgalomban lévő részvényeinek a száma 2,5 millió db, a részvények jelenlegi árfolyama 3.500Ft. Ha a társaság várható évi adózott nyeresége 700 millió Ft és a nyereségből 420 millió Ft-ot terveznek visszaforgatni:

- a) Mennyi az osztalékfizetési hányad?**
- b) Mennyi az osztalékhozam?**
- c) Mennyi az árfolyam-nyereség arány (PIE)?**

Megoldás:

- a) Az osztalékfizetési hányad 40%.
- b) Az osztalékhozam 3,2%.
- c) $P/E = 12,5$

6 .RÖVIDTÁVÚ FINANSZÍROZÁS

601. Egy társaság pénzügyi vezetése két változatban tervezte meg a forgótőke következő évi szintjét és annak finanszírozását. Az „A” változatban a forgótőke szintjét a várható árbevétel 65%-ában határozták meg. A forgótőke hitellel finanszírozandó részéből 70%-ot hosszúlejáratú (éven túli) hitellel, 30%-ot pedig rövid lejáratú hitellel kívánnak finanszírozni. A „B” tervben a forgótőke a várható árbevétel 40%-át tenné ki, és a forgótőke hitellel finanszírozandó részéből 40%-ot az éven túli hitelek, míg a 60%-ot a rövid lejáratú hitelek alkotnák. A társaság befektetett eszközeinek nettó értéke 1.000 millió Ft. A következő évi várható árbevétel 2. 000 millió Ft, az üzleti eredményt pedig az árbevétel 15%-ában tervezik. A társaság jelenlegi finanszírozási szerkezetében az adósság (rövid és hosszú lejáratú) és a saját tőke 50-50%-ot képvisel és ezen az arányon a jövőben sem kívánnak változtatni. A rövid lejáratú hitelek kamatlába 12%, az éven túli hiteleké pedig 15%. A társaság 20%-os adóval kalkulál. Számítsa ki mind a két változatban:

- a) A nettó forgótőke összegét.
- b) A likviditási mutatót.
- d) Az eszközarányos nyereséget.
- e) A saját tőke hozamát.

Megoldás:

- a) "A" változat

Befektetett eszközök	1.000	Saját tőke	1.150
Forgóeszközök	1.300	Hosszú l. hitel	805
		Rövid l. hitel	345
Összes eszköz	2.300	Összes forrás	2.300

Nettó forgótőke: 955 millió Ft.

"B" változat

Befektetett eszközök	1.000	Saját tőke	900
Forgóeszközök	800	Hosszú l. hitel	420
		Rövid l. hitel	480
Összes eszköz	1.800	Összes forrás	1.800

Nettó forgótőke: 320 millió Ft

- b) "A": $1.300 / 345 = 3,77$ "B": 1,67
- c) $300 / 2.300 = 13,04\%$ 16,7%
- d) $110,28 / 1.150 = 9,6\%$ $143,52 / 900 = 15,9\%$

$$345 \times 0,12 + 805 \times 0,15 = 162,15$$

$$2.000 \times 0,15 - 162,15 = 137,85$$

$$137,85 \times 0,8 = 110,28$$

602. Egy cég pénzügyi vezetése két változatban készítette el a forgótőke finanszírozásával kapcsolatos elképzeléseit. (adatok millió Ft-ban)

I. változat

Eszközök

Befektetett eszközök **600**
Forgóeszközök **600**

Összes eszköz: **1.200**

Források

Saját tőke **650**
Hosszú lejáratú hitelek **350**
Szállítók **100**
Rövid lejáratú bankhitel **100**

Összes forrás: **1.200**

II. változat

Eszközök

Befektetett eszközök **600**
Forgóeszközök **600**

Összes eszköz: **1.200**

Források

Saját tőke **650**
Hosszú lejáratú hitelek **100**
Szállítók **100**
Rövid lejáratú bankhitel **350**

Összes forrás: **1.200**

A vállalat forgóeszközeiből 60% tartósan lekötött forgóeszköz, kb. 40% pedig átmeneti forgóeszköz. A következő évi üzleti eredményt 240 millió Ft-ra becsülik. A rövid lejáratú hitelek kamata 16%, a hosszú lejáratú hiteleké 20%. A társasági adó mértéke 20%. Számítsa ki mind a két alternatívára:

- a) A nettó forgótőke nagyságát.**
- b) A saját tőkére jutó hozamot.**
- c) A likviditási rátát.**
- d) Hogyan változna a saját tőke hozama, ha az üzleti eredmény $\pm 10\%$ -kal eltérne a várható értéktől?**

Megoldás:

I. változat

II. változat

a) 400 millió Ft

150 millió Ft

b) 19,0%

20,2%

c) 3,0

1,33

d) Ha az üzemi eredmény a várhatónál 10%-kal kevesebb:

16,0%

17,2%

Ha az üzemi eredmény a várhatónál 10%-kal magasabb:

21,9%

23,1%

- 603. 1989 szeptemberében a 100 dolláros 91 napos váltókat 7,64 százalékos diszkonton bocsátották ki. Mennyi volt a váltó árfolyama, hozama a futamidő alatt, hozama éves szinten egyszerű és kamatos kamattal számolva?**

Megoldás:

$$P_0 = 100 - 7,64 \cdot 91/365 = \underline{98,095\$}$$

Hozama a futamidő alatt: $100 - 98,095 / 98,095 = 0,0194$ azaz 1,94% éves szinten egyszerű kamatozással.
 $r = 1 + 0,0194 / 365 / 91 - 1 = 7,78\%$ éves szinten kamatos kamatozással.

604. Az 1000 dolláros 181 napos váltókat 7,34 százalékos diszkonton bocsátják ki. Mennyi a váltó árfolyama és hozama a futamidő alatt?

Megoldás:

$$P_0 = 1.000 - 1.000 \times 0,0734 \times 181 / 365 = 963,6\$$$

Hozam a futamidő alatt: $(1.000 - 963,6) / 963,6 = 0,0377$ azaz 3,77%

605. 1990-ben a 60 napos 90 dolláros kincstári váltókat 6,95 %-os diszkonton bocsátották ki.

- a) Mennyi volt a váltó kibocsátási árfolyama? (360 nappal számoljon.)
- b) Mekkora hozamot biztosított 60 nap alatt a váltó?
- c) Mekkora hozamnak felel ez meg éves szinten kamatos kamatozással számolva?

Megoldás:

a) $P_0 = 90 - 90 \times 0,0695 \times 60 / 365 = 88,95\$$

b) 1,17%

c) $r = 1,0117^6 - 1 = 0,07228$ azaz 7,22%

606. Egy cég pénzgazdálkodásáról az alábbi információkkal rendelkezünk:

- a minimális pénzkészlet 10000 \$
- a napi pénzáramlás varianciája 6250000 (napi 2500 a szórás)
- a kamatláb naponta 0,025 % (éves szinten 9 %)
- az értékpapír-tranzakció költsége 20 \$

Adjon döntési tanácsot a pénz és az értékpapír közötti átváltásra. (Használja a Miller-Orr modellt!)

Megoldás:

Az alsó és a felső korlát eltérése:

$$\begin{aligned} \text{eltérés} &= \frac{3 \times \text{tranzakciós költség} \times \text{pénzáramlás varianciája}}{4 \times \text{napi kamat}} \\ &= \frac{3 \times 20 \times 6250000}{4 \times 0,00025} = 21\,634.- \$ \end{aligned}$$

$$\text{felső korlát: eltérés} + \text{alsó korlát} = 10\,000.- + 21\,634.- = 31\,634.- \$$$

$$\text{visszatérési pont: alsó korlát} + \text{eltérés} / 3 = 10\,000.- + 7211,3 = 17\,211,3 \$$$

$$\text{vásárlás: felső korlát} - \text{visszatérési pont} = 31\,634 - 17\,211,3 = 14\,422,7 \$$$

607. Egy vállalat a termeléshez szükséges anyagból évente 10.000kg-ot használ fel. Az anyag egységára 2,20Ft/kg. Az egyszeri beszerzési költség 35Ft, a készletezési költség az átlagkészlet 18%-t teszi ki. A vállalat az év minden napján dolgozik.

- a) Állapítsa meg az éves megrendelések optimális számát.
- b) Mekkora a gazdaságos rendelési nagyság?
- c) Az optimális rendelési nagyság hány napi szükségletet elégít ki?

Megoldás:

R = 10.000 kg éves anyagszükséglet
 C = 2,2 db anyag egységára
 S = 35 Ft egyszeri beszerzési költség
 I = 18 % készletköltség az ált. készlet %-ban
 Mn = 365

a) $N = \sqrt{R \cdot I / 2S} = \sqrt{R \cdot C \cdot I / 2S} = \sqrt{10.000 \cdot 2,2 \cdot 0,18 / 2 \cdot 35} = \underline{7,52}$
 Az éves megrendelések optimális száma : 8

b) $Q = \sqrt{2 \cdot R \cdot S / C \cdot I} = \sqrt{2 \cdot 10.000 \cdot 35 / 2,2 \cdot 0,18} = \underline{1329,5}$
 A gazdaságos rendelési nagyság: 1329,5

c) $D = \sqrt{2 \cdot M_n^2 \cdot S / R \cdot C \cdot I} = 2 \cdot 365^2 \cdot 35 / 10.000 \cdot 2,2 \cdot 0,18 = \underline{48,5}$
 A rendelésállomány 48,5 napi szükségletet fedez.

608. Egy 2Ft-os alkatrészből havonta 125 darabot használunk fel. A beszerzési költség alkalmanként 15Ft, készletezési költség az átlagkészlet 25%-a.

- a) **Állapítsa meg az optimális beszerzések számát!**
 b) **A szállításkor felmerülő biztosítási díj 300 db után 95 Ft, 500 db után 122 Ft. Érdemes-e az egyszeri beszerzést 500 darabra emelni?**

Megoldás:

S = 15 Ft I = 25 % C = 2 Ft/db R = 12.125 = 15000

a) $N = \sqrt{15000 \cdot 0,25 / 2 \cdot 15} = \underline{5}$ Optimális rendelések száma: 5
 $Q = \sqrt{2 \cdot 15000 \cdot 15 / 2 \cdot 0,25} = 300$ Optimális beszerzési nagyság: 300 db/alkalom

b) Biztosítási díj: $Q = 500$ db esetén 122Ft
 $Q = 300$ db esetén 95 Ft
 beszerzési költség = készlettartási költség
 $Q = 500$ esetén: $(12 \text{ hó} \cdot 125 \text{ db} / 500) \cdot 15 + (12 \cdot 125 / 500) \cdot 122 = \underline{411 \text{ Ft}}$
 $Q = 300$ esetén: $(12 \cdot 125 / 300) \cdot 15 + (12 \cdot 125 / 300) \cdot 95 = \underline{550 \text{ Ft.}}$
 Kedvezőbb, ha az egyszeri beszerzést 500 db-ra emeljük.

609. 1.000 darabot használunk fel egy alkatrészből évente, melynek egységára 25Ft. Beszerzési költség 50Ft. Készletezési költség az átlagkészlet 15%-a.

- a) **Mennyi a beszerzések optimális száma egy év alatt?**
 b) **Mekkora az optimális rendelési nagyság?**
 c) **Az optimális rendelés hány napi szükségletet elégít ki 365 napos munkaév esetén?**

Megoldás:

R = 1000 db C = 25 FT/db S = 50Ft I = 15 %

a) $N = \sqrt{R \cdot C \cdot I / 2S} = 6,1$ A beszerzések optimális száma: 7 alkalom /év

b) $Q = \sqrt{2 \cdot R \cdot S / C \cdot I} = 163,3$ db Optimális rendelési nagyság. 164 db

c) $D = \sqrt{2 \cdot M_n^2 \cdot S / R \cdot C \cdot I} = \sqrt{2 \cdot 365^2 \cdot 50 / 1000 \cdot 25 \cdot 0,15} = 59,6$ nap
 vagy $365 / 6,1 = 59,6$ nap Az egyszeri beszerzés 59,6 napi szükségletet elégít ki.

610. Egy 90 napos lejáratú, 500.000Ft névértékű diszkont kincstárjegybe kívánjuk befektetni megtakarított pénzünket.

- a) **Mennyiért kell megvennünk a diszkont kincstárjegyet, ha befektetésünkől 38,1% hozamot várunk el?**
- b) **Mennyit adhatunk ezért az értékpapírért, ha a beváltás időpontjáig már csak 20 nap van hátra?**

Megoldás:

- a) a 90 napra esedékes hozam: $(90/365) \times 38,1\% = 9,39\%$
diszkont érték: $500.000 / (1 + 0,0939) = 457.080,2\text{Ft}$
- b) a 20 napra esedékes hozam: $(20/365) \times 38,1\% = 2,09\%$
diszkont érték: $500.000 / (1 + 0,0209) = 489.763,9\text{Ft}$

611. Vállalatunk 52.100db „A” alkatrészt használ fel évente tevékenységéhez. Az alkatrész egységára 65Ft/db. A beszerzési osztály adatai szerint az egyszeri beszerzési költség 3.470Ft, amely tartalmazza a szállítással és a biztosítással kapcsolatos költségeket is. A raktározással kapcsolatos költségeket a vállalat a mindenkor átlagkészlet értékének arányában határozza meg, amely esetünkben 14%.

- a) **Határozza meg a fenti feltételek mellett, hogy az „A” alkatrészből mekkora az egyszeri optimális beszerzési mennyiség, feltételezve, hogy a vállalat egyenletesen használja fel az alkatrészeket, és számítsa ki, hogy optimális esetben hány alkalommal célszerű beszerezni az „A” alkatrészt?**
- b) **Számítsa ki, hogy érdemes e az egyszeri beszerzést 8.000db-ra növelni, ha ezzel az egyszeri beszerzési költség csak 38%-kal növekszik? A táblázatban jelölje „X”-szel, hogy melyik egyszeri beszerzés mellett lesz az egyszeri beszerzési költség alacsonyabb?**

A számolás során 2 tizedes jegy pontossággal számoljon, de szükség esetén az adatokat értelemszerűen egész számként határozza meg!

Megoldás:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times R \times S}{c \times I}} = ((2 \times 52.100 \times 3.470) / (65 \times 0,14))^{0,5} = 6303^*$$

$$N = \sqrt{\frac{R \times c \times I}{2 \times S}} = ((52.100 \times 65 \times 0,14) / (2 \times 3.470))^{0,5} = 9^*$$

$$\sum \text{Beszerzési költség} g = \frac{R}{Q} \times S^* =$$

$$Q_{6.303} \text{ esetén: } N = (52.100 / 6.303)^* = 9, \quad N \times S = 9 \times 3.470 = 31.230$$

$$Q_{8.000} \text{ esetén: } N = (52.100 / 8.000)^* = 7, \quad N \times S = 7 \times (3.470 \times (1 + 0,38)) = 33.520,2$$

* értelemszerűen egészre kerekítve!

612. Egy vállalat pénzgazdálkodására vonatkozóan a következő adatokat ismerjük:

- **ahhoz, hogy a vállalat megfeleljen bankja elvárásának és folyamatos fizetési kötelezettségeinek is eleget tudjon tenni az előző évek tapasztalatai alapján legalább 180.000Ft szabad pénzeszközzel kell folyamatosan rendelkeznie**
- **az előző évi napi pénzforgalmának elemzése után kiszámították, hogy pénzállományuk szórása 8.451 volt**

- **értékpapír befektetéssel a vállalat 39% átlaghozamot realizálhat, egy értékpapír-tranzakcióért átlagosan 6.137Ft-t kell fizetni a lebonyolító bróker cégnek.**
- a) **A Miller-Orr modell segítségével határozza meg a szabad pénzeszközök felső korlátját, és a visszatérési pontot.**
- b) **A modell szerint hány Ft-t kell értékpapír vásárlásra fordítania a vállalatnak, amikor a pénzkészlet eléri a felső korlátot, és hány Ft értékű értékpapírt kell eladnia, amikor a pénzállomány az alsó korlátig süllyed?**

Mindkét kérdésre ezer Ft-ra kerekítve adja meg a választ!

Megoldás:

$$\text{Eltérés} = 3 \times \sqrt[3]{\frac{3 \times \text{Tranzakciós költség} \times \text{Pénzáramlás varianciája}}{4 \times \text{Napi kamat}}}$$

pénzáramlás varianciája: $\sigma^2 = 8.451^2 = 71.419.401$

napi kamat = $39\% / 365 = 0,11\%$

Eltérés = $3 \times ((3 \times 6.137 \times 71.419.401) / (4 \times 0,11\%))^{1/3} = 201.000 \text{ Ft}$

Felső korlát = Alsó korlát + Eltérés = $180.000 + 201.000 = 381.000 \text{ (Ft)}$

Visszatérési pont = Alsó korlát + (Eltérés / 3) = $180.000 + (201.000 / 3) = 247.000 \text{ (Ft)}$

Értékpapír vásárlás: Felső korlát - Visszatérési pont = $381.000 - 247.000 = 134.000 \text{ Ft}$

Értékpapír eladás = Visszatérési pont - Alsó korlát = $247.000 - 180.000 = 67.000 \text{ (Ft)}$

7. KOCKÁZAT

701. Mekkora a táblázatban levő részvények béta értéke?

Részvény	Várható részvényhozam, ha a piaci hozam, $r_m = -10\%$	Várható részvényhozam, ha a piaci hozam, $r_m = +10\%$
A	0	+20
B	-20	+20
C	-30	0
D	+15	+15
E	+10	-10

Megoldás:

részvény hozamának változása / piaci hozam változása = β

A: $\beta = 20/20 = 1$; B: $\beta = 40/20 = 2$; C: $\beta = 30/20 = 1,5$

D: $\beta = 0/20 = 0$; E: $\beta = -20/20 = -1$

702. Tegyük fel, hogy a piaci hozam szórása 20%

- a) **Mekkora egy jól diverzifikált portfolió hozamának a szórása, ha a béta 1,3.**
- b) **Mekkora egy jól diverzifikált portfolió hozamának a szórása, ha a béta 0.**
- c) **Egy jól diverzifikált portfolió szórása 15%. Mekkora a bétája?**
- d) **Egy gyengén diverzifikált portfolió szórása 20%. Mit mondhatunk a bétájáról?**

Megoldás:

Portfolió szórása = Piaci portfolió szórása * β

a) szórás = $20 * 1,3 = 26\%$

b) szórás = $20 * 0 = 0\%$

c) $\beta = 15\% / 20\% = 0,75$

d) Kisebb a béta 1-nél, mert ebben a 20% szórásban benne van az a hozamingadozás is, amit az egyedi kockázat tényezői váltanak ki. A portfolió szórását diverzifikációval még lehetne csökkenteni.

703. Melyek egy racionális befektető által előnyben részesített befektetések az alábbi befektetés-párok közül? (Tételezzük fel, hogy a befektetők mindig csak az adott alternatívák közül választhatnak.)

a) **A portfolió** $r = 18\% \sigma = 20\%$
B portfolió $r = 14\% \sigma = 20\%$

b) **C portfolió** $r = 14\% \sigma = 16\%$
D portfolió $r = 14\% \sigma = 10\%$

c) **E portfolió** $r = 15\% \sigma = 18\%$
F portfolió $r = 13\% \sigma = 8\%$

Megoldás:

- a) Azonos kockázat mellett a magasabb hozamot választjuk, tehát az A portfoliót
- b) Azonos hozam mellett az alacsonyabb kockázatú portfoliót, tehát a D-t választjuk.
- c) Nem tudjuk megmondani, a kockázatviselési hajlandóságtól függ a döntés.

704. Egy racionálisan gondolkodó befektető melyik befektetést választja az alábbi lehetőségek közül? Válaszát indokolja!

- a)

A portfolió	hozam: 12%	szórás: 18%
B portfolió	hozam: 12%	szórás: 20%
C portfolió	hozam: 10%	szórás: 18%
- b)

X portfolió	hozam: 26%	szórás: 19%
Y portfolió	hozam: 30%	szórás: 17%

Megoldás:

- a) A
- b) Y

705. Tekintsük az alábbi kockázatos portfoliókat!

Portfolió	Várható hozam r (%)	Szórás σ (%)
A	10	23
B	12.5	21
C	15	25
D	16	29
E	17	29
F	18	32
G	18	35
H	20	45

- a) **Ábrázolja az egyes portfoliókat a (σ, r) koordináta-rendszerben!**
- b) **Melyek a nem hatékony portfoliók?**
- c) **Tegyük fel, hogy kockázatmentes kölcsönt vehetünk fel vagy hitelt nyújthatunk 12% kamatláb mellett. A fenti portfoliók közül melyik a legjobb?**
- d) **Tegyük fel, hogy legfeljebb 25% szórást vagyunk hajlandók vállalni. Mekkora a legnagyobb elérhető hozam, ha hitelügylet nem lehetséges?**
- e) **Mi az optimális stratégia, ha 12% kamatláb mellett kockázatmentes kölcsönt nyújthatunk, és továbbra is csak legfeljebb 25% szórást vállalunk? Mekkora a maximálisan elérhető várható hozam?**
- f) **Mit kell tennünk, ha 40% hozamot akarunk elérni?**

Megoldás:

- b) Hatékony portfolió; adott kockázat szint mellett a legmagasabb hozamot biztosítja A, D, G,
- c) Melyik az a portfolió, amelyet ha kombináljuk a 12%-os kockázatmentes hitelnyújtással, magasabb hozamot érhetünk el adott kockázat mellett, mint a többi portfolióval. F
- d) 15% C-nél

- e) Pénzünk egy részéből kölcsönt nyújtunk, másik részéből F portfoliót vásárolunk. A portfolió szórása, mivel nincs diverzifikáció / a kölcsön kockázata 0 / a szórások számtani átlaga.
 $25\% = X * 0 + (1-X) * 32\% \rightarrow X = 7/32$
 $X = \text{kölcsön részaránya}, 1 - X = \text{F portfolió részaránya}, \text{F szórása} = 32\%$
Várható hozam: A hozamok számtani átlaga
 $r = 7/32 * 12\% + 25/32 * 18\% = 16,7\%$
f. $40 = 20x + (1-x)12 \Rightarrow x = 4.67, y = 1-4.67 = -3.67; \sigma = 4.67*32 = 149.44$

706. Tekintsük az alábbi kockázatos portfoliókat!

Portfolió	Várható hozam $r(\%)$	Szórás $\sigma (\%)$
A	11	22
B	12	21
C	14	27
D	16	29
E	17	29
F	19	32
G	19	34
H	20	33

- a) **Ábrázolja az egyes portfoliókat a (σ, r) koordinátarendszerben!**
b) **Melyek a nem hatékony portfoliók?**
c) **Tegyük fel, hogy kockázatmentes kölcsönt vehetünk fel vagy hitelt nyújthatunk 14% kamatláb mellett. A fenti portfoliók közül melyik a legjobb?**
d) **Tegyük fel, hogy legfeljebb 27% szórást vagyunk hajlandók vállalni. Mekkora a legnagyobb elérhető hozam, ha hitelügylet nem lehetséges?**
e) **Mi az optimális stratégia, ha 14% kamatláb mellett kockázatmentes kölcsönt vehetünk fel és hitelt nyújthatunk, valamint továbbra is csak legfeljebb 27% szórást vállalunk? Mekkora a maximálisan elérhető várható hozam?**
f) **Mi a teendő, ha 40% hozamot akarunk elérni?**

Megoldás:

- b) A, D, G,
c) H
d) 14% /c/
e) X: a H portfolió részaránya
 $1-X$: a kockázatmentes kölcsön részaránya
 $27\% = X * 33\% + (1-X) * 0\% \Rightarrow X = 27/33 = 0,81$
elérhető hozam = $0,81 * 20\% + 0,19 * 14\% = 19\%$
f) $40 = 20x + 14(1-x) \Rightarrow x = 4.33, \sigma = 4.33*33 = 143$

707. Egy projekt pénzáramlásaira vonatkozó előrejelzés: 110\$ az első évben és 121\$ a második évben. A kockázatmentes kamatláb 5%, a becsült piaci kockázati díj 10%, a projekt bétája pedig 0,5. Ha egy állandó, a kockázatot is kifejező diszkontrátát használunk, mekkora a projekt jelenértéke?

Megoldás:

$$r = r_f + \beta / r_m - r_f /$$

$$r_m - r_f = 0,1 \quad r = 0,05 + 0,5 * 0,2 = 0,1$$

$$\beta = 0,5 \quad r_f = 0,05$$

$$PV = 110/(1+r) + 121/(1+r)^2 = 200$$

708. Egy projekt költsége 100.000 dollár és a következő évben egyszeri 150.000 dollár pénzáramlást eredményez. A projekt bétája 2, a piaci kockázati díj ($r_m - r_f$) 8%. Használjuk fel a CAPM-t a tőke alternatívaköltségének és a projekt jelenértékének meghatározásához (feltesszük, hogy $r_f = 7\%$)!

Megoldás:

$$r = r_f + \beta / r_m - r_f / = 0,07 + 2 * 0,08 = 0,23 \quad \text{azaz } 23\%$$

$$PV = 150.000 / 1,23 = 121.950 \$$$

$$NPV = - 100.000 + 121.950 = 21.950 \$$$

709. Egy projekt pénzáramlásaira vonatkozó előrejelzés: az első évben 80 ezer dollárt, a második évben 100 ezer dollárt jövedelmez. Számítsa ki a projekt jelenértékét, ha a projekt bétája 0,5, a piaci kockázati díj 8%, a kockázatmentes kamatláb pedig 9%!

Megoldás:

$$\beta = 0,5$$

$$r_m - r_f = 0,08$$

$$r = r_f + \beta / r_m - r_f / = 0,09 + 0,5 * 0,08 = 0,13$$

$$r_f = 0,09$$

$$PV = (80 / 1,13) + (100 / 1,13^2) = 149,11 \text{ ezer } \$$$

710. Számítsa ki egy értékpapír következő hozamaiból a duration mutatót! Az elvart hozam 11%.

C_1	C_2	C_3
10	20	30

Tételezzük fel, hogy 2 év múlva 90 dollár jelenértékű kötelezettséget kell kifizetnünk. Lefedezhetnénk-e ezt a kötelezettségünket az értékpapírba való befektetéssel? Hogyan? Hány értékpapírt kellene vásárolnunk?

Megoldás:

$$DUR = 2,27 \text{ év}$$

$$90 * (2 / 2,27) = 79,29 \$ - t \text{ kell az értékpapírba fektetni, ez } 1,6 \text{ db papír}$$

711. Számítsa ki az A, B és C értékpapírok esetére a DUR-mutatót és a volatilitást! A kamatláb 8%. A megfelelő pénzáramlások a következők:

	Időszak		
	1	2	3
A	40	40	40
B	20	20	120
C	10	10	110

Tételezzük fel, hogy kötelezettségünk van 100 dollár 3. időszakban történő kifizetésére. Magyarázzuk meg, hogyan fedeznénk le ennek a kötelezettségnek a jelenértékét az A értékpapírba történő befektetéssel. Lefedezhetnénk-e kötelezettségünket a B vagy C megvásárlásával is?

Megoldás:

"A" Értékpapír:

ÉV	Ct	PV (Ct)	jelenérték aránya a teljes értékhez visz.	Duration	
1	40	37,04	0,359	1*0,359+	
2	40	34,29	0,333	2*0,333+	
3	40	31,75	0,308	3*0,308	= 1,949 év
		<u>Σ:103,08</u>	<u>Σ:1,000</u>		

"B" értékpapír:

ÉV	Ct	PV (Ct)	jelenérték aránya a teljes értékhez visz.	Duration	
1	20	18,52	0,141	1*0,141+	
2	20	17,15	0,131	2*0,131+	
3	120	95,26	0,729	3*0,728	= 2,587 év
		<u>Σ:130,93</u>	<u>Σ:1,000</u>		

"C" értékpapír:

ÉV	Ct	PV (Ct)	jelenérték aránya a teljes értékhez visz.	Duration	
1	10	9,26	0,088	1*0,088+	
2	10	8,57	0,082	2*0,082+	
3	110	87,32	0,83	3*0,83	= 2,742 év
		<u>Σ:105,15</u>	<u>Σ:1,000</u>		

Volatilitás: $DUR / (1 + Hozam)$

Volatilitás A: 1,8

Volatilitás B: 2,4

Volatilitás C: 2,53

Fedezeti ügylet: $PV_{kötelezettség} * DUR_{kötelezettség} = PV_{eszköz} * DUR_{eszköz}$

$PV(köt.összege) * DUR_{köt}/DUR_{eszköz} = PV(eszköz\ összege)$

A: $100/1,08^3 * 3/1,949 = 122,2$ \$ összegben kell venni "A"-t, ez $122,2/103,08$ egység

B: $100/1,08^3 * 3/2,587 = 92$ \$ összegben kell venni "B"-t, ez $92/130,89$ egység

C: $100/1,08^3 * 3/2,742 = 86,5$ \$ összegben kell venni "C"-t, ez $86,5/105,15$ egység

712. Az elmúlt három évben a CAOTH-GEN® Rt. részvényeinek hozamai, valamint a piaci hozamok a következőképpen alakultak:

Évek	1995	1996	1997
CAOTH-GEN® Rt. hozamai	20%	28%	30%
Piaci hozam	27%	34%	25%

A vállalat az idén (1998) egy olyan beruházást szeretne megvalósítani, melynek a CF előrejelzése a következő:

Évek	1999	2000	2001
CF (mFt)	100	120	140

A beruházás költsége 300MFt, a kockázatmentes kamatláb 12%, a piaci hozam 24%. Adjon tanácsot a vállalatnak, vajon megéri-e megvalósítani a beruházást! Használja a CAPM-t, és számolja ki a következő értékeket:

- a vállalat részvényeinek kockázatát
- a piaci kockázatot
- a vállalati részvényeinek bétáját
- a piaci kockázati prémium, valamint a vállalati kockázati prémium nagyságát,
- a vállalat alternatíva költségét, mely kifejezi a kockázatát,
- valamint a beruházás NPV-jét!

713. Az „A” és „B” értékpapírt a következő pénzáramlások jellemzik:

ezer Ft	1. időszak	2. időszak	3. időszak	4. időszak
A	1.085	1.183	706	514
B	948	827	1.082	701

Feladatok:

Számítsa ki 14%-os kamatláb mellett az értékpapírok DUR mutatóit és volatilitásait! Ha a 2. időszakban 3033 ezer Ft jelenértékű kötelezettségünk van, számítsa ki, hogy hány forint értékű „A” és hány forint értékű „B” értékpapírral fedezhető a kötelezettség?

(Számításai során minden adatot 2 tizedesre kerekítve számoljon!)

Megoldási kulcs:

ÉV	C_{tA}	$PV(C_{tA})$	Jelenérték aránya	Duration
1.	1.085	951,75	0,36	$1 \times 0,36$
2.	1.183	910,28	0,34	$2 \times 0,34$
3.	706	476,53	1,18	$3 \times 0,18$
4.	514	304,33	0,12	$4 \times 0,12$
	$\Sigma PV_A:$	2.642,89	$Duration_A:$	2,06

ÉV	C_{tB}	$PV(C_{tB})$	Jelenérték aránya	Duration
1.	948	831,58	0,32	$1 \times 0,32$
2.	827	636,35	0,24	$2 \times 0,24$
3.	1.082	730,32	0,28	$3 \times 0,28$
4.	701	415,05	0,16	$4 \times 0,16$
	$\Sigma PV_B:$	2.613,3	$Duration_B:$	2,28

Volatilitás_A: $2,06/(1+0,14) = 1,81$

Volatilitás_B: $2,28/(1+0,14) = 2$

$$Eszközök \text{ összege} = \frac{DUR_{kötelezettség}}{DUR_{eszközök}} * Kötelezettség \text{ összege}$$

$3.033.000 \times (2/2,06) = 2.944.740$ Ft-nyi „A” értékpapírral fedezhetjük a kötelezettséget, vagy

$3.033.000 \times (2/2,28) = 2.660.550\text{Ft}$ -nyi „B” értékpapírral fedezhetjük a kötelezettséget.

	A	B	pontszám
DUR	2,06	2,28	0,5 - 0,5
Volatilitás	1,81	2	0,5 - 0,5
mekkora értékű értékpapírral fedezhető a kötelezettség	2.944.740Ft	2.660.550Ft	0,5 - 0,5

714. Egy projekt pénzáramlásaira vonatkozó előrejelzés ezer Ft-ban a következő:

C_0	C_1	C_2	C_3
-4800	8600	5900	8300

A piacról a következő információkat ismerjük:

az állampapírok hozama: 9%,
a gazdaságra jellemző átlagos hozam: 31%,
és a projekt becsült bétája: 0,9.

Feladat:

**Mi lesz az az alternatív tőkeköltség, amelyik kifejezi a projekt kockázatát is?
A kockázatot is kifejező alternatív tőkeköltség mellett mekkora lesz a projekt nettó jelenértéke?**

Számításai során két tizedes jegyig számoljon!

Megoldás:

$$0,9 + 0,9 \times (0,31 - 0,9) = 28,8\%$$

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^3 \frac{C_t}{(1+r)^t} =$$

$$= -4.800 + (8.600 / (1 + 28,8\%)) + (5.900 / (1 + 28,8\%)^2) + (8300 / (1 + 28,8\%)^3) =$$

$$= -4.800 + 6.677,02 + 3.556,48 + 3.884,46 = 9.317,96$$

715. Mekkora a „C” portfólió bétája, ha tudjuk, hogy ha az $r_m=9\%$, akkor $r_c=9\%$, és $r_m=22\%$ esetén $r_c=3\%$.

Megoldás:

$$\beta = \frac{r_1 - r_0}{r_{m1} - r_{m0}} = \frac{3\% - 9\%}{22\% - 9\%} = -0,46$$

716. Két részvény, A és B várható hozama és a hozamok varianciája a következő:

$$\begin{array}{ll} E(r_A)=20\% & E(r_B)=30\% \\ \sigma_A^2=1000 & \sigma_B^2=2000 \end{array}$$

a) Számítsa ki egy olyan portfólió várható hozamát és szórását, amely 60%-ban A részvényből és 40%-ban B részvényből áll, ha a részvények hozama közötti korrelációs együttható (-0.5).

- b) **Hogyan alakulna a portfólió hozama és kockázata, ha a korrelációs együttható (-0,6) lenne?**

Megoldás:

- a) $E(r_p)=24\%$ $\sigma_p = 18,466\% \sim 18,5\%$
- b) A portfólió hozama nem változna, a szórása viszont csökkenne az erősebb negatív korreláció miatt (16,53%)

717. Egy értékpapír-elemző H és G részvényre vonatkozó becslései a következők:

$$\begin{array}{ll} E(r_H)=14,9\% & E(r_G)=12,8\% \\ \beta_H=1,05 & \beta_G=0,95 \end{array}$$

A kockázatmentes kamatláb (r_f) 10%, a piaci portfólió várható hozama 15%.

- a) **Számítsa ki, a befektetők milyen hozamokat várhatnak el a két részvénytől.**
- b) **Rajzolja fel az értékpapír piaci egyenest (SML) és az összes hozamokkal kapcsolatos adatot helyezze el a koordináta-rendszerben.**
- c) **Mit javasolna azoknak a befektetőknek, akik H és G részvényekkel kapcsolatban a tanácsát kérnék?**

Megoldás:

- a) A részvények hozama, ha a CAPM feltételei érvényesek:

$$r_H = 10 + 1,05 (15 - 10) = 15,25\%$$

$$r_G = 10 + 0,95 (15 - 10) = 14,75\%$$

- c) Mind a két részvény túlértékelt, különösen a G részvény esetében, majdnem két százalékkal alacsonyabb a jelenlegi hozam, mint a kockázat alapján elvárható hozam.

718. Egy portfóliót alkotó öt részvény kockázatiával kapcsolatos információkat az alábbi táblázat tartalmazza:

Részvény	Részesedés a portfólióból (x_i)	Becsült szórás β_i (σ_i)%	
A	0,10	22,0	0,9
B	0,30	30,0	1,3
C	0,25	24,0	0,7
D	0,20	20,0	0,8
E	0,15	25,0	1,2

A kockázatmentes kamatláb 8%, a piaci portfólió várható hozama 14% és a hozam szórását 20% körülinek becsülik.

- a) **Számítsa ki a portfólió várható hozamát és bétáját, feltételezve, hogy a CAPM feltételei érvényesülnek.**
- b) **Számítsa ki a portfólió piaci és egyedi kockázatát.**
- c) **Számítsa ki, hogy B és C értékpapírok hozamának szórásaiból mekkora hányad tulajdonítható a piaci mozgásoknak.**

Megoldás:

$$\beta_p = 0,1 \times 0,9 + 0,3 \times 1,3 + 0,25 \times 0,7 + 0,2 \times 0,8 + 0,15 \times 1,2 = 1$$

Mivel a portfólió bétája 1, így hozama megegyezik a piaci portfólió hozamával, tehát 14%.

b) A részvények egyedi kockázatai

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \times \sigma_m^2 = \sigma_{ei}^2$$

$$\sigma_{eA}^2 = 22^2 - (0,9^2 \times 20^2) = 484 - 324 = 160$$

$$\sigma_{eB}^2 = 30^2 - (1,3^2 \times 20^2) = 900 - 676 = 224$$

$$\sigma_{eC}^2 = 24^2 - (0,7^2 \times 20^2) = 576 - 196 = 380$$

$$\sigma_{eD}^2 = 20^2 - (0,8^2 \times 20^2) = 400 - 256 = 144$$

$$\sigma_{eE}^2 = 25^2 - (1,2^2 \times 20^2) = 625 - 576 = 49$$

A portfólió teljes kockázata:

$$\sigma_p^2 = (\beta_p^2 \times \sigma_m^2 + \sigma_{ep}^2)^{1/2}$$

A portfólió egyedi kockázata:

$$\sigma_{ep}^2 = \sum X_i^2 \times \sigma_{ei}^2$$

$$\sigma_p^2 = (1^2 \times 20^2 + 0,1^2 \times 160 + 0,3^2 \times 224 + 0,25^2 \times 380 + 0,2^2 \times 144 + 0,15^2 \times 49)^{1/2}$$

$$\sigma_p^2 = (400 + 52,4)^{1/2}$$

$$\sigma_p = 21,3\%$$

A portfólió piaci kockázata megegyezik a piaci portfólió kockázatával, mivel a bétája 1. Tehát a portfólió piaci kockázatát reprezentáló szórás 20%, az egyedi kockázata pedig 7,2%.

c) $R_B^2 = \sigma_m^2 \times \beta_B^2 / \sigma_B^2 = 400 \times 1,69 / 900 = 75\%$

$$R_C^2 = 400 \times 0,49 / 576 = 34\%$$

Tehát B részvény hozamának szórásából 75%, C részvényéből pedig 34% tulajdonítható a piaci mozgásoknak

719. Egy pénzügyi elemző által becsült értékek a következők:

A piaci portfólió szórása (σ_m)	9%
C részvény hozamának szórása (σ_C)	15%
D részvény hozamának szórása (σ_D)	24%
Korrelációs együttható a piaci portfólió és C részvény hozama között (ρ_{Cm})	0,9
Korrelációs együttható a piaci portfólió és D részvény hozama között (ρ_{Dm})	0,4

a) Számítsa ki C és D részvény bétáit.

b) Melyik részvény kockázata nagyobb egy diverzifikált portfólióban és egy nem diverzifikált portfólióban?

Megoldás:

a) $\beta_C = 0,9 \times 9 \times 15 / 9^2 = 1,5$ $\beta_D = 0,4 \times 9 \times 24 / 9^2 \sim 1,07$

- b) D részvény önmagában kockázatosabb, egy diverzifikált portfolióban viszont alacsonyabb a kockázata.

720. Egy konzervatív és egy agresszív befektetési stratégia kockázatra, hozamra vonatkozó információi:

<u>Konzervatív stratégia</u>				<u>Agresszív stratégia</u>			
Eszköz	Befektetett összeg (Ft)	Várható hozam (%)	Becsült béta	Eszköz	Befektetett összeg (Ft)	Várható hozam (%)	Becsült béta
A	60.000	10,0	0,8	X	90.000	14,0	1,0
B	140.000	12,0	1,0	Y	50.000	20,0	1,4
C	100.000	15,0	1,1	Z	160.000	25,0	1,8

A kockázatmentes kamatláb 7%, és a piaci portfolió várható hozama 13%.

- a) Számítsa ki mind a két portfolió várható hozamát és bétáját!
 b) Az adott információk alapján a két portfolió várható hozam-kockázat pontjainak az értékpapír piaci egyenesen kellene-e feküdni?

Megoldás:

- a) Konzervatív stratégia

$$r_p = 12,6\% \quad \beta_p = 1$$

Agresszív stratégia

$$r_p = 20,8\% \quad \beta_p = 1,5$$

- b) Egyik portfolió sem fekszik az értékpapír-piaci egyenesen (a konzervatív portfolió hozama valamivel alacsonyabb, az agresszív portfolióé jóval magasabb, mint a piaci kockázattal arányos hozam).

721. Az alábbiak közül melyiket jelenti az, ha egy befektető kockázatkerülő?

- a) Csak kockázatmentesen hajlandó befektetni.
 b) Csak a kockázatmentes hozamnál magasabb hozam mellett hajlandó befektetni.
 c) Magasabb kockázatot vállalásáért csak magasabb hozammal lehet kárpótolni.
 d) A CAPM alapján mérlegeli a befektetéseket.

Megoldás: c)

A kockázatkerülés kétféle definíciója: két azonos hozamú befektetés közül a kisebb kockázatút választja, illetve nagyobb kockázatú befektetésre nagyobb hozamot vár el.

Nézzük a többi választ:

- a) és b) Egy kockázatkerülő befektető is végrehajthat kockázatos befektetést, ha megfelelő a várható hozam.
 d) A CAPM feltételezi a befektetők kockázatkerülését, de a kockázatkerülésből még nem következik, hogy a befektető a CAPM szerint áraz.

722. Egy kockázatos kisbank 100Ft befizetése ellenében 121Ft-ot fizet ki két év múlva. A hasonló befektetésektől elvárt hozam évi 10%. Hogyan dönt ebben az esetben?

- a) Elfogadom, hiszen a befektetés NPV-je pozitív.
 b) Nem fogadom el, hiszen a befektetés megsérti a pénz időértéke elvet.

- c) **Nem fogadom el, hiszen a befektetés a kockázat miatt nagyobb hozamot indokolna.**
 d) **Közömbös, hogy elfogadom-e a befektetést.**

Megoldás: d)

Ha a hasonló befektetésektől elvárt hozam évi 10%, akkor ezt a 121Ft-ot is 10%-kal kell diszkontálni. Mivel a 121Ft jelenértéke 100Ft, így az NPV=0; ekkor a befektetés közömbös.

723. 100Ft befektetése után egy év múlva a következő bevételekre számíthat:

<u>valószínűség</u>	<u>bevétel</u>
0,2	50
0,5	120
0,3	150

Mekkora a várható hozam?

Megoldás: 15%

- I. Az egy év múlva várható pénzáramlást súlyozott számtani átlagolásával kapjuk meg:
 $C_1 = \sum(p_{1i} \times C_{1i})$, ahol p_{1i} az i esemény valószínűsége.
 $C_1 = 0,2 \times 50\text{Ft} + 0,5 \times 120\text{Ft} + 0,3 \times 150\text{Ft} = 115\text{Ft}$
 $r_1 = (C_1 - C_0) / C_0 = (115 - 100) / 100 = 15\%$
- II. Az egyes lehetőségek hozamai rendre -50%, 20% és 50%. A várható hozam ezek után:
 $r_1 = \sum(p_{1i} \times r_{1i}) = 0,2 \times (-50\%) + 0,5 \times 20\% + 0,3 \times 50\% = 15\%$

724. Egy 1mFt-os, egyéves befektetés 20%-os valószínűséggel nem fizet semmit vissza, 50%-os valószínűséggel csak a befektetett pénzt kapjuk vissza 30%-os valószínűséggel megduplázzuk pénzünket. Mekkora a várható hozam?

Megoldás: 10%

- I. Az egy év múlva várható pénzáramlást súlyozott számtani átlagolás kaphatjuk meg:
 Az egyes események kifizetései (pénzáramlásai) rendre 0Ft, 1mFt és 2mFt.
 $C_1 = \sum(p_{1i} \times C_{1i}) = 0,2 \times 0\text{mFt} + 0,5 \times 1\text{mFt} + 0,3 \times 2\text{mFt} = 1,1\text{mFt}$
 $r_1 = (C_1 - C_0) / C_0 = (1,1 - 1) / 1 = 10\%$
- II. Az egyes lehetőségek hozamai rendre -100%, 0% és 100%. A várható hozam ezek után:
 $r_1 = \sum(p_{1i} \times r_{1i}) = 0,2 \times (-100\%) + 0,5 \times 0\% + 0,3 \times 100\% = 10\%$

725. Vagyonra felét állampapírba, felét piaci részvénytőzsdára helyezi. Az állampapírok hozama 20%, a részvényeké 26%. A részvényportfólió kockázata 40%. Mekkora a portfóliója hozama és kockázata?

Megoldás: hozam: 23% kockázat: 20%

A portfólió hozama mindig súlyozott számtani átlag. Most épp mindkét elem súlya a portfólión belül 0,5.

$r_{\text{portfólió}} = \sum(p_{1i} \times r_{1i})$, ahol
 r_{1i} az egyes portfólió elemek várható hozama,
 p_{1i} az egyes elemek súlya a portfólión belül.
 $r = 0,5 \times 20\% + 0,5 \times 26\% = 23\%$

A kockázat általában kisebb, mint a portfólió elemek kockázatának súlyozott számtani átlaga, kivéve, ha az egyik elem kockázatmentes. Ez utóbbi esetben a portfólió kockázata:

$\sigma_{\text{portfólió}} = \sigma_{\text{kockázatos elem}} \times W_{\text{kockázatos elem}}$, ahol
 W az egyes elemek súlyaránya,
 σ az egyes részvények várható hozamának szórása.
 $\sigma = 0,5 \times 20\% = 10\%$

726. Egy befektető 1mFt értékben 30%-os kockázatú (szórású) részvényt vásárol, fele részben kockázatmentes hitelből. A részvény várható hozama 40%, a hitel kamatlába 25%. Mekkora a befektetett saját pénzének hozama és kockázata?

Megoldás: hozam: 55% szórás: 60%

I. Ezúttal is kételemű portfóliónak foghatjuk fel a befektetésünket, jóllehet az eszközoldalon csak egy befektetésünk van. A felvett kockázatmentes hitel a forrásoldalon szerepel, de így is befolyásolja saját pénzünk hozamát és kockázatát. Portfólió elvvel értelmezve: a részvény aránya a saját pénzünkhöz képest: $W_{\text{részvény}} = 200\%$.

A hitel aránya a saját pénzünkhöz képest: $W_{\text{hitel}} = -100\%$ (hiszen nem befektettünk, hanem negatív befektetést, hitelfelvételt csináltunk).

A két arány összege: $200\% + (-100\%) = 100\%$, tehát a súlyok összege 1. Ez alapján:

$r_{\text{portfólió}} = \sum (W_i \times r_{1i}) = 200\% \times 40\% + (-100\%) \times 25\% = 55\%$

$\sigma_{\text{portfólió}} = \sigma_{\text{kockázatos elem}} \times W_{\text{kockázatos elem}} = 200\% \times 30\% = 60\%$

(Megjegyzés: mivel a korreláció és a kovariancia egyaránt nulla.)

II. Hozam: kapunk 1mFt után 40%-ot, ki kell fizetni 0,5mFt után 25%-ot.

Nyereség: $1\text{mFt} \times 0,4 - 0,5\text{mFt} \times 0,25 = 0,275\text{mFt}$

Befektetett tőke: 0,5mFt

Hozam = nyereség / befektetett tőke: $0,275\text{mFt} / 0,5\text{mFt} = 55\%$

Kockázat: ha kockázatmentes hitelt veszünk fel, akkor a tőkeáttétellel könnyen számolható. Tőkeáttétel: a saját pénzünk hányszorosát mozgatjuk befektetéseinkkel. Képletben:

összes eszköz / saját tőke = $1\text{mFt} / 0,5\text{mFt} = 2$

Saját tőke kockázata (ha kockázatmentes a tőkeáttétel):

eszközök kockázata $\times$ tőkeáttétel

Most figyelembe véve, hogy az eszközoldal (a részvény) kockázata 30%, a sajáttőke kockázata: $30\% \times 2 = 60\%$

727. Mit jelent az, ha egy befektetés bétája -1?

a) **A befektetés várható hozama -1%, ha a piaci hozam megegyezik a kockázatmentes hozammal.**

b) **Ha a piaci hozam 1%, a befektetés hozama várhatóan -1% lesz.**

c) **Ha a piaci hozam emelkedik, akkor a mi befektetésünk hozama várhatóan negatív lesz.**

d) **Ha a piaci hozam 1 százalékponttal nő, a mi befektetésünk hozama várhatóan 1 százalékponttal csökken.**

Megoldás: d)

Az értékpapír-piaci egyenes egyenlete: $r_x = r_f + \beta_x \times (r_m - r_f)$, ahol

r_x az X részvény (befektetés) várható hozama,

r_f a kockázatmentes hozam,

r_m a piaci portfólió várható hozama.

A béta definíció szerint azt méri, hogy ha a piaci hozam (a piaci átlagos hozam) 1 százalékponttal emelkedik, várhatóan hány (béta) százalékponttal változik az adott befektetés hozama. Ez nem biztos eseményt jelent, csak: a múltbeli adatokon alapuló becslést a jövőre nézve.

A definíció szerint egy negatív bétájú befektetés hozama várhatóan, ellentétesen fog mozogni a piaccal, azaz emelkedni fog, ha a piac csökken; és ha a piac emelkedik, az övé fog csökkenni. Ebből persze nem következik; hogy a hozama negatív lesz, csak az, hogy várhatóan csökkenni fog.

728. Milyen hatással jár a portfólió diverzifikálása?

- a) **Csökkenthető a portfólió egyedi kockázata.**
- b) **Csökkenthető a portfólió piaci kockázata.**
- c) **Növelhető az elvárt hozam.**
- d) **Csökkenthető a portfólióban lévő részvények kockázata.**

Megoldás: a)

A válaszhoz lássunk néhány definíciót:

Teljes kockázat: az adott befektetés vagy portfólió várható hozamainak szórása.

Egyedi kockázat: a teljes kockázatból a diverzifikációval, portfólióképzéssel megszüntethető rész. Szokás diverzifikálható-kockázatnak is nevezni. Az egyedi kockázat a piaci hozammozgásoktól független hozammozgásokat mutatja. Ezek közé rendkívüli, illetve egyedi hatású események kockázatai tartoznak (pl. vezetőváltás, gyárleégés, találmány, stb.).

Piaci (szisztematikus) kockázat: az a kockázat, ami diverzifikációval nem szüntethető meg, másképpen: az adott befektetés kockázatából a piaci portfólió hozamváltozásával együtt mozgó, a piac teljes kockázatába belejátszó, a piaci kockázatba beépülő rész. A piaci kockázatra a leggyakrabban használt mérőszám az egyes befektetések bétája.

És most nézzük a válaszlehetőségeket:

- a) A diverzifikáció definíciószerűen csökkenti a portfólió egyedi kockázatát. Mivel az egyedi kockázatok egymástól független eseményként foghatók fel, a portfólióképzés ezeket a független hatásokat akár nulláig is lecsökkentheti.
- b) A portfólió piaci kockázata diverzifikációval nem csökkenthető; A portfólió piaci kockázata az alkotóelemei piaci kockázatának súlyozott átlaga.
Képletben:
$$\beta_{\text{portfólió}} = \sum (w_i \times \beta_i),$$
 ahol
 w_i az egyes befektetések súlya (értékaránya) a portfólión belül,
az egyes befektetések bétája.
- c) A diverzifikáció csak a kockázat csökkentésére képes. A hozam a benne szereplő befektetések hozamának súlyozott átlaga, az magának a diverzifikációnak köszönhetően nem változik.
- d) A részvényeknek sem a teljes kockázata, sem az egyedi kockázata, sem a piaci kockázata a portfólióképzésnek köszönhetően nem változik. Csak a mi pénzünk, azaz a portfólió egészének kockázata változik meg az egyes alkotórészek kockázatához képest.

729. CAPM alapján egy olyan alapvető építőipari alapanyagokat gyártó céget kell értékelnie, amelynek teljesítménye erősen függ az egész gazdaság konjunktúrájától. Milyen bétája lehet ennek a gyárnak?

- a) **negatív**
- b) **gyenge pozitív**
- c) **nullához közeli**
- d) **erős pozitív**

Megoldás: d)

A konjunktúrafüggő befektetések hozamai együttmozognak a piaci portfólió hozamaival, vagyis bétájuk pozitív. Nagy biztonsággal és várhatóan kifejezetten erősen reagálnak a piaci hozamok változására, tehát nagy pozitív bétával fognak rendelkezni. Az építőipar tipikusan ilyen, a piaci fellendülésekkel és leszállásokkal szorosan együttmozgó iparág.

730. A részvénytőzsi elvart hozam 30%, az állampapírok elvart hozama 20%, az Alfa papír becsült bétája 0,6, hozamának szórása 25%. Mekkora az Alfa részvény elvart hozama a CAPM alapján?

Megoldás: 26%

Mivel $r_x = r_f + \beta_x \times (r_m - r_f)$, ez alapján: $r_{Alfa} = 20\% + 0,6 \times (30\% - 20\%) = 26\%$.

TARTALOMJEGYZÉK

1. ALAPFOGALMAK	2
2. KÖTVÉNYEK	7
3. RÉSZVÉNYEK	16
4. BEFEKTETÉSEK ÉRTÉKELÉSE	24
5. HOSSZÚ TÁVÚ FINANSZÍROZÁS	33
6 .RÖVIDTÁVÚ FINANSZÍROZÁS	44
7. KOCKÁZAT	50