Feladatok

1. ***Egy betét névleges kamatlába évi 20%, melyhez negyedévenkénti kamatjóváírás tartozik. Mekkora hozamot jelent ez éves szinten?***

   Megoldás: 21,5%

   a) A névleges kamatlábat időarányosan szokták számítani, tehát úgy veszik, hogy éven belül nincs kamatjóváírás, azaz a képződött kamat maga nem kezd el kamatozni. Ezáltal a pénz időben lineárisan növekszik. Egy adott periódusú befektetés hozamát tehát egyszerű időarányosítással váltják át éves szintre és hirdetik meg. Ez a konstrukció névleges kamatlába, jele: k. A valódi éves hozam (r) ettől eltér (nagyobb lesz), ha a konstrukció olyan, hogy éven belül is van kamatjóváírás. Mindig figyeljünk a kamatláb és hozam fogalom-pár helyes használatára!

   A mi betétünk egy negyedév alatt az éves kamatláb negyedét, azaz 5% kamatot fizet. Ha ezt egy év alatt négyszer, kamatos kamattal újra befektetjük, a végső tőke összeg $1{,}05^4 = 1{,}215$-szerese az induló összegnek.

   Pl.: 1Ft-ból (C_o) 1,215Ft-unk (C_1) lesz egy év múlva.

   Ebből a hozam (r) értéke:

$$\frac{C_1 - C_0}{C_0} = \frac{1{,}25Ft - 1Ft}{1Ft} = 0{,}215 = 21{,}5\%$$

   A hozam másképpen a nyereség és a befektetett tőke hányadosa. Esetünkben:

$$\frac{0{,}215Ft}{1Ft} = 0{,}215$$

   b) A hozam és a névleges kamatláb közti átszámítási képlet:

$$r = \left(1 + \frac{k}{m}\right)^m - 1$$

   ahol m az egy éven belüli kamatfizetési periódusok száma.

   A képlet alapján:

$$r = \left(1 + \frac{0{,}2}{4}\right)^4 - 1 = 0{,}215$$

2. ***Mekkora kamatot kell meghirdetni, ha azt akarjuk, hogy folytonos kamatszámítás mellett, az effektív hozam 30% legyen?***

   Megoldás: $\ln 1{,}3 = 0{,}2624 = 26{,}24\%$

   Folytonos kamatszámítás mellett a meghirdetett névleges kamatláb (i) és az effektív hozam (r) között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$\ln(1 + r) = i$$

$$e^{it} = (1 + r)^t$$

   Mivel a feladatban az effektív hozamot adták meg, az összefüggés első formáját lehet jól használni. Tehát az r-ből így kell meghatározni az i-t.

3. ***Számítsa ki, hány forint lenne a bankszámláján 7 év múlva, ha „ma" 20.000Ft-ot helyezne el és a bank évi 9% kamatot ígér:***

   a) ***évi kamatfizetéssel***

   b) ***félévenkénti kamatfizetéssel***

   c) ***negyedévenkénti kamatfizetéssel***

   d) ***folyamatos kamatozással.***

Megoldás: a) 36.561Ft

b) 37.039Ft

c) 37.291Ft

d) 37.552Ft

Egyszerű kamatos kamat számításával

$$FV = C \times (1+r)^t = 20.000Ft \times (1+0{,}09)^7 = 36.561Ft$$

Az éven belüli kamatfizetés (tőkésítés) figyelembe vételével:

$$FV = C \times \left(1+\frac{k}{m}\right)^{t\times m} = 20.000Ft \times \left(1+\frac{0{,}09}{2}\right)^{7\times 2} = 37.039Ft$$

$$FV = C \times \left(1+\frac{k}{m}\right)^{t\times m} = 20.000Ft \times \left(1+\frac{0{,}09}{4}\right)^{7\times 4} = 37.291Ft$$

A folyamatos kamatozás képletének alkalmazásával:

$$FV = C \times e^{i\times t} = 20.000Ft \times e^{0{,}09\times 7} = 37.522Ft$$

4. ***Ha egy évre az elvárt hozam 25%, akkor mekkora a diszkontfaktor?***

Megoldás: 0,8

A diszkontfaktor azt mutatja meg, hogy a jelenérték hányad része a jövőértéknek.

$$DF = \frac{PV}{FV}$$

Most $r = 0{,}25$. A jelenérték legyen 1, ekkor a jövőérték 1,25.

$$DF = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$$

Megjegyzés: ha nem pontosan egy évről van szó, akkor is ez az összefüggés az időszakra számított teljes hozam és a diszkontfaktor között. Ha pl. 5 év alatt lesz 1 forintból 1,25 akkor is a hozam (5 évre összességében) 25%, a diszkontfaktor pedig 0,8.

5. ***Egy befektetési konstrukció feltételei a következők: 2 millió forint befizetésével egy 10 éves járadékot lehet megszerezni, amelynek kifizetése minden év végén esedékes, nagysága előre rögzített. Mekkora a járadéktag minimálisan elvárt nagysága, ha az elvárt hozam évi 15%? Segítő adatok: annuitásfaktor(10év, 15%)= 5,019, diszkontfaktor (10év, 15%)= 0,247.***

Megoldás: $\frac{2mFt}{5{,}019} = 398{,}5eFt$

Az ilyen pénzáramlást annuitásnak nevezzük. Az annuitás jelenérték-számításának egyszerűsítő képlete:

$$PV = C \times \frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right]$$

ahol

C az évente (időszakonként) megkapott összeg (a járadéktag),

r az egy időszakra jutó elvárt hozam,

t pedig az időszakok száma.

Ebből az

$$\frac{1}{r}\left[1-\frac{1}{(1+r)^t}\right]$$

kifejezés az $AF_{(t,r)}$ (annuitásfaktor t és r paraméterek mellett).

Most éppen $t = 10 év$ és $r = 15\%$ mellett az annuitásfaktor: 5,019

$$\frac{1}{0{,}15}\left[1-\frac{1}{(1+0{,}15)^{10}}\right] = 5{,}019$$

Az annuitásfaktor tehát azaz érték, amellyel a járadéktagot megszorozva éppen a jelenértéket kapjuk:

$$PV = C \times AF_{(t,r)}$$

Ebből a járadéktag értéke:

$$C = \frac{PV}{AF_{(t,r)}}$$

Az annuitás jelenértéke a mostani befizetés kell, hogy legyen, tehát a járadéktag:

$$C = \frac{PV}{AF_{(t=10 év, r=15\%)}} = \frac{2mFt}{5{,}019} = 398{,}5eFt$$

6. Az alábbi két fizetési konstrukció közül választhat:

a) egy összegben kifizeti a 2 millió forintos vételi árat most, vagy

b) két éven át, állandó havi törlesztésekkel fogja kifizetni, amelynek első részlete egy hónap múlva lesz esedékes.

Mekkora a reális törlesztő részlet az utóbbi esetben, ha az éves névleges kamatláb 24%? (AF annuitásfaktor, DF diszkontfaktor)

Megoldás: $\frac{2mFt}{AF_{(24,2\%)}} = 105.7eFt$

Az előző kérdéshez hasonlóan ismét annuitásról van szó. Az ismeretlen megint a járadéktag, vagyis hogy havonta mekkora összeget kell fizetni. Az annuitás alapképletéből levezetve:

$$PV = C \times AF_{(t,r)}$$

ebből

$$C = \frac{PV}{AF_{(t,r)}}$$

Arra kell figyelni, hogy a periódus nem egy év, hanem egy hónap. (t) értéke tehát nem 2, hanem 24, hiszen 24 befizetésről van szó. Az egy időszakra jutó hozam pedig az éves kamatláb 12-ed része:

$$r_{havi} = \frac{24\%}{12} = 2\%$$

A képlet tehát:

$$C = \frac{pv}{AF_{(t=24,r=2\%)}}$$

7. ***Egy örökjáradék-kötvényt 10 millió Ft-os árfolyamon szeretnének kibocsátani. A kötvény évente egyszer fix összeget fizet, legközelebb éppen egy év múlva. Mennyi legyen a járadéktag, ha az elvárt hozam évi 20%***

   Megoldás: $10mFt \times 0{,}2 = 2mFt$

   Ezúttal örökjáradékról van szó, hiszen a pénzsorozat a végtelenig tart. Az örökjáradék képlete:

$$PV = \frac{C}{r}$$

   Ebből C, azaz a járadéktag nagysága:

$$C = PV \times r = 10mFt \times 0{,}2 = 2mFt$$

8. ***Ön egy olyan vállalkozásba fektetne, amely a: következő év végén várhatóan 1mFt-ot jövedelmez, majd ez az összeg minden évben 10%-kal nő beláthatatlanul hosszú ideig. Megéri-e 10mFt-ot a vállalkozásba fektetni, ha az elvárt éves hozam 20%?***

   Megoldás: $NPV = -10 + \frac{1}{0{,}2-,01} = 0$ közömbös

   Ezúttal egyenletes ütemben növekvő örökjáradékról van szó, hiszen a sorozat a végtelenig tart, de minden évben 10%-kal nő az egyes pénzáramlások értéke. Az egyenletes ütemben növekvő örökjáradék összegképlete:

$$PV = \frac{C_1}{r-g}$$

   ahol

   C_1 az első időszak végén esedékes összeg

   g az időszakra jutó növekedési ütem.

   Most a pénzáramlások értéke:

$$PV = \frac{1mFt}{(0{,}2-0{,}1)} = \frac{1mFt}{0{,}1} = 10mFt$$

   A vállalkozás NPV-je:

$$NPV = PV - C_0 = 10mFt - 10mFt = 0$$

   Ha az NPV=0, akkor közömbös a megvalósítás.

9. ***8 millió Ft-ot kölcsönt kapott 5 évre, évi 15%-os kamatra, melyet egyenlő részletekben kell visszafizetnie. Mennyi lesz az éves törlesztő részlet összege?***

   Megoldás: 2.386.524Ft

   Az éves költség egyenértékes, azaz a járadékszámításnál használt annuitás faktor képletét kell alkalmazni, vagyis

$$\text{törlesztő részlet} = \frac{\text{jelenérték}}{\text{annuitás faktor}}$$

$$C = \frac{PV}{\frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right]}$$

$$C = \frac{8mFt}{\frac{1}{0{,}15}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}15)^5}\right]} = 2.386.524Ft$$

10. Egy vállalkozó 40 millió Ft hitelt kapott a banktól 18%-os kamatláb mellett. 8 éves lejáratra. A kölcsönt egyenlő részletekben kell visszafizetnie. Mekkorák ezek a részletek? Az első törlesztő részletből mennyi lenne a kamat, és milyen összeggel csökkenne a tőketartozás?

Megoldás: a) 9.809.774Ft

b) kamat: 7.200.000Ft

tőketörlesztés: 2.609.774Ft

Az éves költség egyenértékes képletével:

$$törlesztő\ részlet = \frac{jelenérték}{annuitás\ faktor}$$

$$C = \frac{PV}{\frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right]}$$

$$C = \frac{40mFt}{\frac{1}{0{,}18}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}18)^8}\right]} = 9.809.774Ft$$

kamat:

$$40.000.000Ft \times 18\% = 7.200.000Ft$$

11. Öt év múlva 2,5 millió Ft-ra lesz szüksége. Mekkora összeget kellene ma elhelyezni a bankban, ha évi 20%-os betéti kamatra számíthat? Mekkora összeget kellene minden évben (év elején) megtakarítani, hogy ugyanezt a célt elérje?

Megoldás: a) 1.004.694Ft

b) 279.958Ft

Az öt év múlva esedékes 2,5mFt jelenértéke:

$$PV = \frac{C_5}{(1+r)^5} = \frac{2{,}5mFt}{(1+0{,}2)^5} = 1.004.694Ft$$

Az évenkénti megtakarításokkal ugyanezt a jelenértéket kell elérnünk, tehát éves költség egyenértékessel:

$$törlesztő\ részlet = \frac{jelenérték}{lízing\ faktor} = \frac{jelenérték}{1 + AF_{t-1}}$$

$$C = \frac{PV}{1 + \frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^{t-1}}\right]}$$

$$C = \frac{1.004.694Ft}{1 + \frac{1}{0{,}2}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}2)^4}\right]} = 279.958Ft$$

12. Eredetileg azt tervezte, hogy 10 éven keresztül évi 10 ezer forintot helyez el a bankszámláján. Az első négy évben minden év végén be is fizette a 10 ezer forintokat. A későbbi megtakarításait azonban más formában fektette be. Mekkora összeget vehetett fel a 10. év végén a bankszámlájáról, ha az évi kamatláb 12% volt?

Megoldás: 94.335Ft

Az évenkénti azonos összeg befizetése annuitást jelent, melynek jelenértéke a képlet alapján:

$$PV = C \times \frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right]$$

$$PV = 10.000Ft \times \frac{1}{0{,}12}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}12)^4}\right] = 30.373Ft$$

Ennek a jelenértéknek a 10. év végén esedékes jövőértéke:

$$FV = PV \times (1+r)^t = 30.373 \times (1+0{,}12)^{10} = 94.334Ft$$

13. Egy bank 20%-os névleges kamatláb mellett negyedévenkénti kamatjóváírást ígér a betéteseknek. Mekkora összeget kellene minden negyedév végén elhelyezni a betétszámlán. ha azt akarja, hogy az 5. év végén 100 ezer forintja legyen?

Megoldás: 3.024Ft

A 100 ezer forint jelenértéke a tőkésítés gyakoriságának figyelembe vételével

$$PV = \frac{C_t}{\left(1+\frac{r}{m}\right)^{t \times m}} = \frac{100.000Ft}{\left(1+\frac{0{,}2}{4}\right)^{5 \times 4}} = 37.689Ft$$

Ezt jelenértéket felhasználva az annuitás képletével – mely nemcsak az éves, hanem a havi, negyedéves kifizetésekre is alkalmazható, de ekkor az éves névleges kamatláb havi, negyedévi részével számolva – a járadéktag:

$$C = \frac{PV}{\frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right]}$$

$$C = \frac{37.689Ft}{\frac{1}{0{,}2/4}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}2/4)^{5 \times 4}}\right]} = 3.024Ft$$

14. Egy ötéves kötvény egyenletesen, évi 20%-ot törleszt, és évi 20% kamatot is fizet. Mekkora az utolsó fizetőrészlet nagysága, ha az induló névérték 1.000Ft volt?

Megoldás: 240Ft

a) Az egyenletes törlesztés azt jelenti, hogy időszakról időszakra (alapelvként évente) azonos nagyságú a tőketörlesztés. Ez azt is jelenti, hogy évről évre a tőketörlesztésnek megfelelően kisebb lesz a kötvény fennálló névértéke, ami után a kamatokat kell fizetni. Így az éves kamatfizetés egyre kisebb lesz, a kötvény cash-flow-ja is folyamatosan csökken, A mi kötvényünk cash-flow-ja öt évre:

Évek	1	2	3	4	5
Tőketörlesztés	200	200	200	200	200
Fennálló névérték (év végén)	800	600	400	200	0
Kamatfizetés	200	160	120	80	40
Cash-flow (tőketörlesztés + kamat)	400	360	320	280	240

Az utolsó év cash-flow-ja tehát 240Ft.

b) Gyors megoldás: lejáratkor egy kötvény cash-flow-ja megegyezik az akkor fennálló névérték és a fizetendő kamat összegével:

$$Cash\ flow = (1 + k \times t) \times névérték$$, ahol

k a kötvény névleges kamatlába,

t a kamatfizetési periódus hossza.

A mi kötvényünk névértéke a lejárat előtt 200Ft, évente fizet 20% kamatot azaz 40Ft a kamatfizetés; ez együtt 240Ft.

15. Egy ötéves futamidejű kötvényt három évvel ezelőtt bocsátottak ki. A kötvény konstrukciója: évente 20% kamatfizetés, törlesztés a három utolsó évben, 20-40-40%-os arányban. A kötvény címletértéke 10.000Ft. Mekkora a következő fizetőrészlet, ha az idén esedékes pénzeket már felvettük?

Megoldás: 5.600Ft

a) Írjuk fel a kötvény cash-flow-ját a kibocsátástól:

Évek	1	2	3	4	5
Tőketörlesztés	0	0	2.000	4.000	4.000
Fennálló névérték az év végén	10.000	10.000	8.000	4.000	0
Kamatfizetés	2.000	2.000	2.000	1.600	800
Cash flow (kamatfizetés + törleszt)	2.000	2.000	4.000	5.600	4.800

Mi most a 3. fizetőrészlet után vagyunk, a 4. részlet 5.600Ft.

b) Gyors megoldás: a negyedik évi cash flow-t kell kiszámítani. A kötvény addig 20%-ot törlesztett, fennálló névértéke 80%, azaz 8.000Ft. Ezért jár 1.600Ft kamat, plusz ebben az évben esedékes 4.000Ft tőketörlesztés; összesen 5.600 Ft.

16. Mekkora lesz egy négyéves futamidejű. 5.000Ft címletértékű, a két utolsó évben két egyenlő részletben törlesztő. 30%-os névleges kamatlábú kötvény értéke közvetlenül a lejárat előtt, ha az elvárt hozam 20%?

Megoldás: 3.250Ft

a) Írjuk fel a kötvény cash-flow-ját:

Év	1	2	3	4
Tőketörlesztés	0	0	2.500	2.500
Fennálló névérték az év végén	5.000	5.000	5.000	2.500
Kamatfizetés	1.500	1.500	1.500	750
Cash-flow = törlesztés + kamatfizetés	1.500	1.500	4.000	3.250

A kötvény hátralévő cash-flow-ja lejáratkor 3.250Ft. Mivel ez egyből esedékes, ez lesz egyben a jelenértéke is.

b) Gyors megoldás: A kötvény cash-flow ja lejáratkor a névérték (1+k)-szorosa (ha évente fizet kamatot). Ez egyben az elméleti árfolyam is:

$$(bruttó)\,árfolyam = névérték \times (1 + k) = 2.500Ft \times 1{,}3 = 3.250Ft$$

17. Két vállalati kötvény adatai:

	Névleges kamatláb/év	*Lejárat(év)*	*Névérték $*
A	***5%***	***5***	***1.000***
B	***20%***	***1***	***1.000***

A piaci kamatláb 11%. Mennyiért lehet ma eladni a két kötvényt?

Megoldás:

a) $r_n = 0{,}05$

$$P_0 = PV_{törlesztés} + PV_{kamat}$$

$$t = 5 év$$

$$T = 1.000\$ \, (névérték)$$

$$PV_{törlesztés} = \frac{T}{(1+r)^t} = \frac{1.000}{1{,}11^5} = 893{,}5$$

$$PV_{kamatok} = PV_{annuitás} = \left(T \times \frac{r_n}{r}\right) \times \left[1 - \frac{1}{(1+r)^t}\right] =$$

$$= \left(1.000 \times \frac{0{,}05}{0{,}1}\right) \times \left(1 - \frac{1}{1{,}11^5}\right) = 184{,}8$$

$$P_0 = 893{,}5 + 184{,}8 = 1.078{,}3$$

b) $$P_0 = \frac{1.000}{1{,}11} + \frac{(1.000 \times 0{,}2)}{0{,}11} \times \left[1 - \frac{1}{1{,}11}\right] = 1.081{,}1$$

18. Egy részvényt közvetlenül az osztalékfizetések előtt veszünk meg, 100Ft-os áron. A részvény még a héten 10Ft osztalékot fizet. Egy év múlva, közvetlenül a szintén 10Ft-os osztalék felvétele után, 110Ft-ért adjuk el. Mekkora a realizált hozam?

Megoldás: 33,3%

Nézzük a részvényvásárlás cash-f1ow-ját!

Vásárláskor: C_0 = -100 (vételár) + 10 (osztalék) = -90

Eladáskor: C_1 = 10 (osztalék) + 110 (eladási ár) = 120

Hozam: (120-90)/90=33,3%

(Közvetlenül osztalékfizetés előtti időpontban az osztalékfizetéssel korrigálni kell a részvény árfolyamát, hogy az alaphelyzetnek megfelelő ex dividend - osztalékfizetés utáni - árfolyamot megkapjuk.)

19. „X" társaság az eszközeit 40%-ban adóssággal, 60%-ban saját tőkével finanszírozza. A társaság olyan ágazatban kíván befektetni, amellyel kapcsolatban nincsenek tapasztalatai. A pénzügyi elemzők a beruházás értékelésekor három olyan cég adatait vették alapul, amelyek a kérdéses üzletágban tevékenykednek. A három cég bétájának átlaga 1,2; tőkeszerkezetükben a hitelek aránya átlagosan 50%. Adózás tekintetében nincs különbség a cégek között, valamennyien 20%-os adókulccsal számolnak. A kockázatmentes kamatláb 10%, a piaci portfolió kockázati prémiuma 5%.

a) Számítsa ki az új beruházás üzleti kockázatát (becsült eszközbétáját), és elvárt hozamát!

b) Számítsa ki a részvényesek kockázatát kifejező bétát ha a társaság nem kíván a tőkeszerkezetén változtatni, és a hitelei kockázatmentesnek tekinthetők!

Megoldás:

A feladatot két lépésben kell megoldani:

i) Kiszámítjuk az ágazat üzleti kockázatát, amit az eszközök bétája fejez ki. Ha egy cég adóssággal is finanszíroz (pénzügyi tőkeáttétel), akkor a cég, azaz a részvények bétája nagyobb, mint az eszközök bétája. Ha viszont $\frac{D}{E} = 0$, akkor $\beta_E = \beta_A$

Ha a cég nem finanszíroz adóssággal, akkor β_U (nem tőkeáttételes, unlevered cég bétája):

$\beta_U = \beta_E / [1 + (1 - t_c) \times D / E] = 1{,}2 / [1 + (1 - 0{,}2) \times 1] = 1{,}2 / 1{,}8 = 0{,}67$

Ha tehát a cégek tőkeszerkezetében nem 50%, hanem 0 lenne az adósság, akkor a béta csak a piaci üzleti kockázatot tükrözné.

ii) "X" társaság részvényei bétájának kiszámítása a társaság által tervezett tőkeszerkezetnek megfelelően.

$\beta_E = \beta_U \times [1 + (1 - t_c) \times D / E] = 0{,}67 (1 + (0{,}8 \times 40 / 60) = 0{,}67 \times 1{,}53 = 1{,}03$

Ha a társaság csak saját tőkével finanszírozna, a részvényesek csak az üzleti kockázat vállalásáért kapnának prémiumot és az elvárható (megkövetelhető) hozam 13,35% lenne.

$r = 10 + 0{,}67 (15 - 10) = 13{,}35\%$

A meglévő tőkeszerkezet mellett a részvényesek az üzleti kockázaton túl pénzügyi kockázatot is vállalnak, ezért ha a CAPM feltételezései érvényesülnek, akkor az általuk elvárható hozamnak 15,15% kell lennie.

$r = 10 + 1{,}03 (15 - 10) = 15{,}15\%$

20. Egy beruházási javaslat és a piaci portfolió lehetséges hozamait, valamint a hozamok bekövetkezésének valószínűségét az alábbi adatok szemléltetik:

	Becsült hozam %	
Valószínűség	***Beruházás***	***Piac***
0,3	***17***	***16***
0,4	***12***	***14***
0,3	***9***	***10***

a) Ha a kockázatmentes kamatláb 8%, mennyi a beruházás várható és elvárt hozama?

b) Ha a cég jelenlegi átlagos tőkeköltsége 12%, elfogadható-e a beruházás?

Megoldás:

a) A piaci portfolió várható hozama:

$r = 03 \times 16 + 0{,}4 \times 14 + 0{,}3 \times 10 = 13{,}4\%$

A beruházás várható hozama:

$r = 0{,}3 \times 17 + 0{,}4 \times 12 + 0{,}3 \times 9 = 12{,}6\%$

A beruházás hozamának szórása:

$\sigma = 3{,}14\%$

A piaci portfolió hozamának szórása:

$\sigma_m = 2{,}37\%$

A beruházás hozamának kovarianciája a piaci portfolió hozamával:

$0{,}3 \times (+ 4{,}4) \times (+ 2{,}6) = + 3{,}432$

$0{,}4 \times (- 0{,}6) \times (+ 0{,}6) = -0{,}144$

$0{,}3 \times (- 3{,}6) \times (- 3{,}4) = +3{,}672$

$\sigma_{im} = 6{,}96$

A beruházás bétája:

$\beta = 6{,}96 / 5{,}64 = 1{,}23$

A beruházás elvárt, a piaci kockázattal arányos hozama:

$r = 8 + 1{,}23 \times (13{,}4 - 8) = 14{,}64\%$

b) A beruházás várható hozama kisebb, mint a beruházás kockázatossága alapján megkövetelhető hozam, ezért a beruházási javaslatot el kell utasítani.

21. Egy vállalatot 40 százalékban kockázatmentes hitelből finanszíroznak. A kockázatmentes kamatláb 10 százalék, a várható piaci hozam 20 százalék, a részvény bétája pedig 0,5. Mekkora a vállalati tőkeköltség?

$r_f = 0{,}1$ $r_m = 0{,}2$ $\beta_A = \beta_E \times E / (E + D) + \beta_D \times D / (E + D)$

$\beta_E = 0{,}5$ $\beta_D = 0$ $\beta_A = 0{,}5 \times 0{,}6 + 0 \times 0{,}4 = 0{,}3$

$r_A = r_f + \beta_A (r_m - r_f) = 0{,}1 + 0{,}3 (0{,}2 - 0{,}1) = 0{,}13$ <u>azaz 13%</u>

22. A Tilitoli szállítmányozó Rt.-nek három részlege van. Ezek értéke a vállalat egészének arányában: Tili részleg: 40%, Toli részleg: 40%, Csuszi részleg: 20%. Az elvárt piaci hozam 20%, a kockázatmentes kamatláb 10%. A CAPM feltételei teljesülnek. A vállalat tevékenységét 30%-ban kockázatmentes hitelből finanszírozzák. Az egyes részlegek tőkeköltségét az alábbi piaci versenytársak adataiból becsülték:

Becsült üzleti kockázat (becsült eszköz béta)

Huzi Rt.	***0,4***
Voni RT.	***1,2***
Elhuz RT.	***0,8***

a) Határozza meg az egyes részlegektől elvárt hozamot!

b) Becsülje meg a vállalat egészének piaci kockázatát és elvárt hozamát!

c) Mennyi a vállalat részvényeinek kockázata és elvárt hozama?

Megoldás:

a) $r_{A\ TILI} = 0{,}1 + 0{,}4 \times (0{,}2 – 0{,}1) = 14\%$

$r_{A\ TOLI} = 0{,}1 + 1{,}2 \times (0{,}2 – 0{,}1) = 22\%$

$r_{A\ CSUSZI} = 0{,}1 + 0{,}8 \times (0{,}2 – 0{,}1) = 18\%$

b) $r_A = 0{,}4 \times 14 + 0{,}4 \times 22 + 0{,}2 \times 18 = 18\%$

$\beta = (r_A – r_f) / (r_m – r_f) = (18 – 10) / (20 – 10) = 0{,}8$

c) $0{,}8 = 0{,}3 \times 0 + 0{,}7 \times \beta_E$ $\beta_E = 1{,}14$

$r_E = 18 + 0{,}3 / 0{,}7 (18 – 10) = 21{,}43\%$

23. Az óragyártás kockázata alatta marad az átlagos piaci kockázatnak, bétája 0,8. A piacon két hasonló, azonos tőkeköltségű óragyár küzd egymással. A Bim-Bam Óraipari vállalatnál az idegen források aránya 1/3, a Tik-Tak Óragyártó Rt.-nél 1/5. A Bim-Bam részvényeitől elvárt hozam 20%, kötvényeitől elvárt hozam 15% , kötvényeinek bétája 0,5. A T-T óragyártó kötvényeitől elvárt hozam 10%. A CAPM feltételei teljesülnek.

a) Mekkora a kockázatmentes kamatláb és a piaci portfolió hozama?

b) Mekkora a Tik-Tak óragyár részvényeinek kockázata és hozama?

Megoldás:

	Bim-Bam	Tik-Tak
β_A	0,8	0,8
D / (D + E)	1 / 3	1 / 5
r_E	20%	
r_D	15%	10%
β_D	0,5	

a) $r_A = 2 / 3 \times 0{,}2 + 1 / 3 \times 0{,}15 = 18{,}3\%$

$r_A = r_f + \beta_A \times (r_m – r_f)$

$r_D = r_f + \beta_D \times (r_m – r_f)$

$18{,}3 = r_f + 0{,}8 \times (r_m – r_f)$ $\quad r_f = 18{,}3 - 0{,}8 \times (r_m – r_f)$

$15 = r_f + 0{,}5 \times (r_m – r_f)$

$15 = 18{,}3 - 0{,}8 \times (r_m – r_f) + 0{,}5 \times (r_m – r_f)$

$(r_m – r_f) = 11$

$r_f = 18{,}3 - 0{,}8 \times 11 = 9{,}5\%$

b) $18{,}3 = 4 / 5 \times r_E + 1 / 5 \times 10$ $\quad r_E = 20{,}4\%$

$r_E = r_f + \beta_E \times (r_m – r_f)$

$20{,}4 = 9{,}5 + \beta_E \times 11$ $\quad \beta_E = 0{,}99$

24. A kockázatmentes kamatláb 7%, a piaci kockázati díj 7,9%.

a) Számítsa ki a Idaho Power vállalati tőkeköltségét a CAPM segítségével, ha tudjuk, hogy a kötvényesek által elvárt hozam 10%, a részvények bétája 0,6. A kötvények piaci értékének részaránya a tőkeszerkezetben 30%.

b) Az Idaho Power szeretne megvalósítani egy olyan beruházást, melynek kockázata közel azonos a vállalat átlagos kockázatával. A beruházás az első évben becslések szerint 1,5 millió dollárt hoz. A projekt jelenértéke ezek alapján 1.348.800$.

Tudomásunkra jut azonban, hogy a technológiai fejlesztés akadozik, fel kell készülnünk arra, hogy egy év múlva csak 0,3 valószínűséggel kapjuk meg az 1,5 millió dolláros jövedelmet. Előrejelzést készítenek, melynek eredménye a következő:

Egy év múlva lehetséges pénzáramlás /millió$/	***Valószínűség***
1,6	***0,1***

1,5	*0,3*
1,2	*0,2*
0,8	*0,15*
0,5	*0,15*
0	*0,1*

Számolja ki a pénzáramlás várható értékét és jelenértékét! Határozza meg a 1,5 millió dollárra alkalmazandó új diszkontlábat!

a) $r_F = 0{,}07$; $r_M - r_f = 0{,}079$; $D/D+E = 0{,}3$; $r_D = 0{,}1$; $\beta_E = 0{,}6$

$r_A = r_f + \beta_A * /r_M - r_f/$

$r_D = r_f + \beta_D * /r_M - r_f/$

$0{,}1 = 0{,}07 + \beta_D * 0{,}079$ $\beta_D = 0{,}03/0{,}079 = 0{,}3797$

$\beta_A = 0{,}3*0{,}38 + 0{,}7*0{,}6 = 0{,}114 + 0{,}42 = 0{,}534$

$r_A = 0{,}07 + 0{,}534 * 0{,}079 =$ <u>0,1121 /11,21%/</u>

b) Várható érték: 0,16 + 0,45 + 0,24 + 0,12 +0,075 + 0 = 1,045 millió $

PV = 1,045/1,1121 = 939.663$

1500.000/1+r = 939.663 1+r = 1,5963 <u>r = 59,63 %</u>

Az új diszkontláb irreálisan magas, hiszen annak a valószínűsége, hogy a várható jövedelem 1500.000 $, a harmadára csökkent.

25. A Joo-ing Oil Company szeretne egy olyan beruházást megvalósítani, mely az első évben 500 ezer dollárt hoz, a kockázata pedig megegyezik az egész vállalat kockázatával. A vállalati tőkeköltség 15%.

a) Számítsa ki a beruházás jelenértékét!

b) Tudomásunkra jut, hogy a technológiai fejlesztés akadozik, így az 500 ezer dollárt csak 0,4 valószínűséggel hozza a beruházás, 200 ezret hoz 0,3 valószínűséggel és 300 ezret 0,3 valószínűséggel. Határozza meg. a pénzáramlás várható értékét és új jelenértékét! Határozza meg az 500 ezer dollárra alkalmazandó új diszkontlábakat!

a) 500/1,15 = 434,78 ezer $

b) A pénzáramlás várható értéke: 500*0,4 + 200*0,3 + 300*0,3 = 350 ezer $

PV = 350/1,15 = 304,34 ezer $

diszkontláb: 500/1+r = <u>304,3</u>

26. A Tipitopi cipőipari Rt. tőkeszerkezete a következő:

Forrás	*Béta*	*Piaci érték(MFt)*
Hitel	*0*	*100*
Elsőbbségi részvény	*0,2*	*40*
Részvény	*1,2*	*200*

Mekkora a vállalat eszközeinek bétája?

Megoldás:

β_A = (100 / 340 × 0) + (40 / 340 × 0,2) + (200 / 340 × 1,2) = 0,73

27. Egy cég pénzgazdálkodásáról az alábbi információkkal rendelkezünk:

- ***a minimális pénzkészlet 10000 $***
- ***a napi pénzáramlás varianciája 6250000 (napi 2500 a szórás)***
- ***a kamatláb naponta 0,025 % (éves szinten 9 %)***
- ***az értékpapír-tranzakció költsége 20 $***

Adjon döntési tanácsot a pénz és az értékpapír közötti átváltásra. (Használja a Miller-Orr modellt!)

Megoldás:

Az alsó és a felső korlát eltérése:

eltérés = $3 * \sqrt[3]{\dfrac{3*\text{tranzakciós költség} * \text{pénzáramlás varianciája}}{4 * \text{napi kamat}}}$

= $3*\sqrt[3]{(3* 15.\text{-}\$* 6\,250\,000) / (4* 0{,}00025)}$ = 21 634.- $

felső korlát: eltérés + alsó korlát = 10 000.- + 21 634.- = 31 634.- $

visszatérési pont: alsó korlát + eltérés / 3 = 10 000.- + 7211,3 = 17 211,3 $

vásárlás: felső korlát - visszatérési pont = 31 634 - 17 211,3 = 14 422,7 $

28. Egy vállalat a termeléshez szükséges anyagból évente 10.000kg-ot használ fel. Az anyag egységára 2,20Ft/kg. Az egyszeri beszerzési költség 35Ft, a készletezési költség az átlagkészlet 18%-t teszi ki. A vállalat az év minden napján dolgozik.

a) Állapítsa meg az éves megrendelések optimális számát.

b) Mekkora a gazdaságos rendelési nagyság?

c) Az optimális rendelési nagyság hány napi szükségletet elégít ki?

Megoldás:

R = 10.000 kg éves anyagszükséglet

C = 2,2 db anyag egységára

S = 35 Ft egyszeri beszerzési költség

I = 18 % készletköltség az ált. készlet %-ban

Mn = 365

a) $N = \sqrt{A*I/2S} = \sqrt{R*C*I / 2S} = \sqrt{10.000*2{,}2*0{,}13/2*35}$ = 7,52

Az éves megrendelések optimális száma : 8

b) $Q = \sqrt{2*R*S/C*I} = \sqrt{2*10.000*35/2,2*0,18} = \underline{1329,5}$

A gazdaságos rendelési nagyság: 1329,5

c) $D = \sqrt{2*Mn^2*S/R*C*I} = 2*365^2*35/10.000*2,2*0,18 = \underline{48,5}$

A rendelésállomány 48,5 napi szükségletet fedez.

29. Egy 2Ft-os alkatrészből havonta 125 darabot használunk fel. A beszerzési költség alkalmanként 15Ft, készletezési költség az átlagkészlet 25%-a.

a) Állapítsa meg az optimális beszerzések számát!

b) A szállításkor felmerülő biztosítási díj 300 db után 95 Ft, 500 db után 122 Ft. Érdemes-e az egyszeri beszerzést 500 darabra emelni?

Megoldás:

S = 15 Ft I = 25 % C = 2 Ft/db R = 12.125 = 15000

a) $N = \sqrt{1500*2*0,25/2*15} = \underline{5}$ Optimális rendelések száma: 5

$Q = \sqrt{2*1500*15/2*0,25} = 300$ Optimális beszerzési nagyság: 300 db/alkalom

b) Biztosítási díj: Q = 500 db esetén 122Ft

Q = 300 db esetén 95 Ft

beszerzési költség = készlettartási költség

Q = 500 esetén: (12hó*125db/500) * 15 + (12*125/500)*122 = <u>411Ft</u>

Q = 300 esetén: (12*125/300) * 15 + (12*125/300) * 95 = <u>550 Ft</u>.

Kedvezőbb, ha as egyszeri beszerzést 500 db-ra emeljük.

30. 1.000 darabot használunk fel egy alkatrészből évente, melynek egységára 25Ft. Beszerzési költség 50Ft. Készletezési költség az átlagkészlet 15%-a.

a) Mennyi a beszerzések optimális száma egy év alatt?

b) Mekkora az optimális rendelési nagyság?

c) Az optimális rendelés hány napi szükségletet elégít ki 365 napos munkaév esetén?

Megoldás:

R = 1000 db C = 25 FT/db S = 50Ft I = 15 %

a) N = √R*C*I / 2S = 6,1 A beszerzések optimális száma: 7 alkalom /év

b) Q = √2*R*S/C*I = 163,3 db Optimális rendelési nagyság. 164 db

c) D = √2*Mn^2*S/R*C*I = √2*365^2*50/1000*25*0,15 = 59,6 nap

vagy 365/6,1 = 59,6 nap Az egyszeri beszerzés 59,6 napi szükségletet elégít ki.

31. Vállalatunk 52.100db „A" alkatrészt használ fel évente tevékenységéhez. Az alkatrész egységára 65Ft/db. A beszerzési osztály adatai szerint az egyszeri beszerzési költség 3.470Ft, amely tartalmazza a szállítással és a biztosítással kapcsolatos költségeket is. A raktározással kapcsolatos költségeket a vállalat a mindenkori átlagkészlet értékének arányában határozza meg, amely esetünkben 14%.

a) Határozza meg a fenti feltételek mellett, hogy az „A" alkatrészből mekkora az egyszeri optimális beszerzési mennyiség, feltételezve, hogy a vállalat egyenletesen használja fel az alkatrészeket, és számítsa ki, hogy optimális esetben hány alkalommal célszerű beszerezni az „A" alkatrészt?

b) Számítsa ki, hogy érdemes e az egyszeri beszerzést 8.000db-ra növelni, ha ezzel az egyszeri beszerzési költség csak 38%-kal növekszik? A táblázatban jelölje „X"-szel, hogy melyik egyszeri beszerzés mellett lesz az egyszeri beszerzési költség alacsonyabb?

A számolás során 2 tizedes jegy pontossággal számoljon, de szükség esetén az adatokat értelemszerűen egész számként határozza meg!

Megoldás:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \times R \times S}{c \times I}} = ((2\times52.100\times3.470)/(65\times0,14))^{0.5}=6303^*$$

$$N = \sqrt{\frac{R \times c \times I}{2 \times S}} = ((52.100\times65\times0,14)/(2\times3.470))^{0.5}=9^*$$

$$\sum Beszerzé\ siköltsé\ g = \frac{R}{Q} \times S^* =$$

$Q_{6.303}$ esetén: N=(52.100/6.303)*=9,
N×S=9×3.470=31.230

$Q_{8.000}$ esetén: N=(52.100/8.000)*=7,
N×S=7×(3.470×(1+0,38))=33.520,2

* értelemszerűen egészre kerekítve!

32. Egy vállalat pénzgazdálkodására vonatkozóan a következő adatokat ismerjük:

- ahhoz, hogy a vállalat megfeleljen bankja elvárásának és folyamatos fizetési kötelezettségeinek is eleget tudjon tenni az előző évek tapasztalatai alapján legalább 180.000Ft szabad pénzeszközzel kell folyamatosan rendelkeznie

- az előző évi napi pénzforgalmának elemzése után kiszámították, hogy pénzállományuk szórása 8.451 volt

- értékpapír befektetéssel a vállalat 39% átlaghozamot realizálhat, egy értékpapír-tranzakcióért átlagosan 6.137Ft-t kell fizetni a lebonyolító brókercégnek.

a) A Miller-Orr modell segítségével határozza meg a szabad pénzeszközök felső korlátját, és a visszatérési pontot.

b) A modell szerint hány Ft-t kell értékpapír vásárlásra fordítania a vállalatnak, amikor a pénzkészlet eléri a felső korlátot, és hány Ft értékű értékpapírt kell eladnia, amikor a pénzállomány az alsó korlátig süllyed?

Mindkét kérdésre ezer Ft-ra kerekítve adja meg a válaszát!

Megoldás:

$$\text{Elté ré s=}\ 3\times\sqrt[3]{\frac{3\times\ \textit{Tranzakciós költség}\ \times\ \textit{Pénzáramlás}\ \text{var}\textit{ianciája}}{4\times\ \textit{Napi kamat}}}$$

pénzáramlás varianciája: $\sigma^2 = 8.451^2 = 71.419.401$

napi kamat = 39% / 365 = 0,11%

Eltérés = $3\times((3\times6.137\times71.419.401)/(4\times0,11\%))^{1/3}$ = 201.000Ft

Felső korlát = Alsó korlát + Eltérés = 180.000 + 201.000 = 381.000 (Ft)

Visszatérési pont = Alsó korlát + (Eltérés / 3) = 180.000 + (201.000 / 3) = 247.000 (Ft)

Értékpapír vásárlás: Felső korlát -Visszatérési pont = 381.000 – 247.000 = 134.000Ft

Értékpapír eladás = Visszatérési pont - Alsó korlát = 247.000 – 180.000 = 67.000 (Ft)

33. Mekkora a táblázatban levő részvények béta értéke?

Részvény	Várható részvényhozam, ha a piaci hozam, r_m = -10%	Várható részvényhozam, ha a piaci hozam, r_m = +10%
A	*0*	*+20*
B	*-20*	*+20*
C	*-30*	*0*
D	*+15*	*+15*
E	*+10*	*-10*

Megoldás:

részvény hozamának változása / piaci hozam változása = β

A: β = 20/20 = 1; B: β = 40/20 = 2;C: β = 30/20 = 1,5

D: β = 0/20 = 0; E: β = -20/20 = -1

34. Egy projekt pénzáramlásaira vonatkozó előrejelzés: 110$ az első évben és 121$ a második évben. A kockázatmentes kamatláb 5%, a becsült piaci kockázati díj 10%, a projekt bétája pedig 0,5. Ha egy állandó, a kockázatot is kifejező diszkontrátát használunk, mekkora a projekt jelenértéke?

Megoldás:

$r = r_f + \beta /r_m - r_f/$

$r_m - r_f = 0,1$ $r = 0,05 + 0,5 * 0,2 = 0,1$

$\beta = 0,5$ $r_f = 0,05$

$PV = 110/(1+r) + 121/ (1+r)^2 = 200$

35. Egy projekt költsége 100.000 dollár és a következő évben egyszeri 150.000 dollár pénzáramlást eredményez. A projekt bétája 2, a piaci kockázati díj (r_m-r_f) 8%. Használjuk fel a CAPM-t a tőke alternatívaköltségének és a projekt jelenértékének meghatározásához (feltesszük, hogy r_f = 7%)!

Megoldás:

$r = r_f + \beta / r_m - r_f/ = 0,07 + 2 * 0.08 = 0,23$ <u>azaz 23%</u>

PV = 150.000/ 1.23 = 121.950 $

NPV = - 100.000 + 121.950 = 21.950 $

36. Egy projekt pénzáramlásaira vonatkozó előrejelzés: az első évben 80 ezer dollárt, a második évben 100 ezer dollárt jövedelmez. Számítsa ki a projekt jelenértékét, ha a projekt bétája 0,5, a piaci kockázati díj 8%, a kockázatmentes kamatláb pedig 9%!

Megoldás:

$\beta = 0,5$

$r_m - r_f = 0,08$

$r = r_f + \beta / r_m - r_f / = 0,09 + 0,5 * 0,08 = 0,13$

$r_f = 0,09$

PV= (80 / 1,13) + (100 / $1,13^2$) = <u>149,11 ezer $</u>

37. Egy projekt pénzáramlásaira vonatkozó előrejelzés ezer Ft-ban a következő:

C_0	C_1	C_2	C_3
-4800	***8600***	***5900***	***8300***

<u>A piacról a következő információkat ismerjük:</u>

az állampapírok hozama: 9%,

a gazdaságra jellemző átlagos hozam: 31%,

és a projekt becsült bétája: 0,9.

Feladat:

Mi lesz az az alternatív tőkeköltség, amelyik kifejezi a projekt kockázatát is?

A kockázatot is kifejező alternatív tőkeköltség mellett mekkora lesz a projekt nettó jelenértéke?

Számításai során két tizedes jegyig számoljon!

Megoldás:

0,9 + 0,9 × (0,31 – 0,9) = 28,8%

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{3} \frac{C_t}{(1+r)^t} =$$

=-4.800+(8.600/(1+28,8%))+(5.900/(1+28,8%)^2)+(8300/(1+28,8%)^3)=

=-4.800+6.677,02+3.556,48+3.884,46=9.317,96

38. Mekkora a „C" portfolió bétája, ha tudjuk, hogy ha az r_m=9%, akkor r_c=9%, és r_m=22% esetén r_c=3%.

Megoldás:

$$\beta = \frac{r_1 - r_0}{r_{m1} - r_{m0}} =$$ (3% - 9%) / (22% - 9%) = -0,46

39. Két részvény, A és B várható hozama és a hozamok varianciája a következő:

$E(r_A)$=20% $E(r_B)$=30%

σ_A^2=1000 σ_B^2=2000

a) Számítsa ki egy olyan portfolió várható hozamát és szórását, amely 60%-ban A részvényből és 40%-ban B részvényből áll, ha a részvények hozama közötti korrelációs együttható (-0.5).

b) Hogyan alakulna a. portfolió hozama és kockázata, ha a korrelációs együttható (-0,6) lenne?

Megoldás:

a) $E(r_p)$=24% σ_p = 18,466% ~ 18,5%

b) A portfolió hozama nem változna, a szórása viszont csökkenne az erősebb negatív korreláció miatt (16,53%)

40. Egy értékpapír-elemző H és G részvényre vonatkozó becslései a következők:

$E(r_H)$=14,9% $E(r_G)$=12,8%

β_H=1,05 β_G=0,95

A kockázatmentes kamatláb (r_f) 10%, a piaci portfolió várható hozama 15%.

a) Számítsa ki, a befektetők milyen hozamokat várhatnak el a két részvénytől.

b) Rajzolja fel az értékpapír piaci egyenest (SML) és az összes hozamokkal kapcsolatos adatot helyezze el a koordinátarendszerben.

c) Mit javasolna azoknak a befektetőknek, akik H és G részvényekkel kapcsolatban a tanácsát kérnék?

Megoldás:

a) A részvények hozama, ha a CAPM feltételei érvényesek:

$r_H = 10 + 1{,}05\ (15 - 10) = 15{,}25\%$

$r_G = 10 + 0{,}95\ (15 - 10) = 14{,}75\%$

c) Mind a két részvény túlértékelt, különösen a G részvény esetében, majdnem két százalékkal alacsonyabb a jelenlegi hozam, mint a kockázat alapján elvárható hozam.

41. Egy portfoliót alkotó öt részvény kockázatival kapcsolatos információkat az alábbi táblázat tartalmazza:

Részvény	***Részesedés a portfolióból (x_i)***	***Becsült szórás (σ_i)%***	***β_i***
A	***0,10***	***22,0***	***0,9***
B	***0,30***	***30,0***	***1,3***
C	***0,25***	***24,0***	***0,7***
D	***0,20***	***20,0***	***0,8***
E	***0,15***	***25,0***	***1,2***

A kockázatmentes kamatláb 8%, a piaci portfolió várható hozama 14% és a hozam szórását 20% körülinek becsülik.

a) Számítsa ki a portfolió várható hozamát és bétáját, feltételezve, hogy a CAPM feltételei érvényesülnek.

b) Számítsa ki a portfolió piaci és egyedi kockázatát.

c) Számítsa ki, hogy B és C értékpapírok hozamának szórásaiból mekkora hányad tulajdonítható a piaci mozgásoknak.

Megoldás:

a) $\beta_p = 0{,}1 \times 0{,}9 + 0{,}3 \times 1{,}3 + 0{,}25 \times 0{,}7 + 0{,}2 \times 0{,}8 + 0{,}15 \times 1{,}2 = 1$

Mivel a portfolió bétája 1, így hozama megegyezik a piaci portfolió hozamával, tehát 14%.

b) A részvények egyedi kockázatai

$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \times \sigma_i^2 = \sigma_{ei}^2$

$\sigma_{eA}^2 = 22^2 - (0{,}9^2 \times 20^2) = 484 - 324 = 160$

$\sigma_{eB}^2 = 30^2 - (1{,}3^2 \times 20^2) = 900 - 676 = 224$

$\sigma_{eC}^2 = 24^2 - (0{,}7^2 \times 20^2) = 576 - 196 = 380$

$\sigma_{eD}^2 = 20^2 - (0{,}8^2 \times 20^2) = 400 - 256 = 144$

$\sigma_{eE}^2 = 252 - (1{,}2^2 \times 20^2) = 625 - 576 = 49$

A portfolió teljes kockázata:

$\sigma_p = (\beta_p^2 \times \sigma_m^2 + \sigma_{ep}^2)^{1/2}$

A portfolió egyedi kockázata:

$\sigma_{ep}^2 = \Sigma X_i^2 \times \sigma_{ei}^2$

$\sigma_p^2 = (1^2 \times 20^2 + 0{,}1^2 \times 160 + 0{,}3^2 \times 224 + 0{,}25^2 \times 380 + 0{,}2^2 \times 144 + 0{,}15^2 \times 49)^{1/2}$

$\sigma_p^2 = (400 + 52{,}4)^{1/2}$

$\sigma_p = 21{,}3\%$

A portfolió piaci kockázata megegyezik a piaci portfolió kockázatával, mivel a bétája 1. Tehát a portfolió piaci kockázatát reprezentáló szórás 20%, az egyedi kockázata pedig 7,2%.

c) $R_B^2 = \sigma_m^2 \times \beta_B^2 / \sigma_B^2 = 400 \times 1{,}69 / 900 = 75\%$

$R_c^2 = 400 \times 0{,}49 / 576 = 34\%$

Tehát B részvény hozamának szórásából 75%, C részvényéből pedig 34% tulajdonítható a piaci mozgásoknak

42. Egy pénzügyi elemző által becsült értékek a következők:

A piaci portfolió szórása (σ_m)	***9%***
C részvény hozamának szórása (σ_C)	***15%***
D részvény hozamának szórása (σ_D)	***24%***

Korrelációs együttható a piaci portfolió és C részvény hozama között (p_{Cm}) 0,9

Korrelációs együttható a piaci portfolió és D részvény hozama között (P_{Dm}) 0,4

a) Számítsa ki C és D részvény bétáit.

b) Melyik részvény kockázata nagyobb egy diverzifikált portfolióban és egy nem diverzifikált portfolióban?

Megoldás:

a) $\beta_c = 0{,}9 \times 9 \times 15 / 9^2 = 1{,}5$ $\beta_c = 0.4 \times 9 \times 24 / 9^2 \sim 1{,}07$

b) D részvény önmagában kockázatosabb, egy diverzifikált portfolióban viszont alacsonyabb a kockázata.

43. Egy konzervatív és egy agresszív befektetési stratégia kockázatra, hozamra vonatkozó információi:

Konzervatív stratégia				***Agresszív stratégia***			
Eszköz	***Befektetett összeg (Ft)***	***Várható hozam (%)***	***Becsült béta***	***Eszköz***	***Befektetett összeg (Ft)***	***Várható hozam (%)***	***Becsült béta***
A	***60.000***	***10,0***	***0,8***	***X***	***90.000***	***14,0***	***1,0***
B	***140.000***	***12,0***	***1,0***	***Y***	***50.000***	***20,0***	***1,4***
C	***100.000***	***15,0***	***1,1***	***Z***	***160.000***	***25,0***	***1,8***

A kockázatmentes kamatláb 7%, és a piaci portfolió várható hozama 13%.

a) Számítsa ki mind a két portfolió várható hozamát és bétáját!

b) Az adott információk alapján a két portfolió várható hozam-kockázat pontjainak az értékpapír piaci egyenesen kellene-e feküdni?

Megoldás:

a) Konzervatív stratégia

$r_p = 12{,}6\%$ $\beta_p = 1$

Agresszív stratégia

$r_p = 20{,}8\%$ $\beta_p = 1{,}5$

b) Egyik portfolió sem fekszik az értékpapír-piaci egyenesen (a konzervatív portfolió hozama valamivel alacsonyabb, az agresszív portfolióé jóval magasabb, mint a piaci kockázattal arányos hozam).

44. 100Ft befektetése után egy év múlva a következő bevételekre számíthat:

valószínűség	***bevétel***
0,2	***50***
0,5	***120***
0,3	***150***

Mekkora a várható hozam?

Megoldás: 15%

I. Az egy év múlva várható pénzáramlást súlyozott számtani átlagolásával kapjuk meg:

$C_1=\Sigma(p_{1i}\times C_{1i})$, ahol p_{1i} az i esemény valószínűsége.

$C_1=0{,}2\times 50Ft+0{,}5\times 120Ft+0{,}3\times 150Ft=115Ft$

$r_1=(C_1-C_0)/C_0=(115-100)/100=15\%$

II. Az egyes lehetőségek hozamai rendre -50%, 20% és 50%. A várható hozam ezek után:

$r_1=\Sigma(p_{1i}\times r_{1i})=0{,}2\times(-50\%)+0{,}5\times 20\%+0{,}3\times 50\%=15\%$

45. Egy 1mFt-os, egyéves befektetés 20%-os valószínűséggel nem fizet semmit vissza, 50%-os valószínűséggel csak a befektetett pénzt kapjuk vissza 30%-os valószínűséggel megduplázzuk pénzünket. Mekkora a várható hozam?

Megoldás: 10%

I. Az egy év múlva várható pénzáramlást súlyozott számtani átlagolás kaphatjuk meg: Az egyes események kifizetései (pénzáramlásai) rendre 0Ft, 1mFt és 2mFt.

$C_1=\Sigma(p_{1i}\times C_{1i})=0{,}2\times 0mFt+0{,}5\times 1mFt+0{,}3\times 2mFt=1{,}1mFt$

$r_1=(C_1-C_0)/C_0=(1{,}1-1)/1=10\%$

II. Az egyes lehetőségek hozamai rendre -100%, 0% és 100%. A várható hozam ezek után:

$r_1=\Sigma(p_{1i}\times r_{1i})=0{,}2\times(-100\%)+0{,}5\times 0\%+0{,}3\times 30\%=10\%$

46. Vagyona felét állampapírba, felét piaci részvénykosárba helyezi. Az állampapírok hozama 20%, a részvényeké 26%. A részvényportfolió kockázata 40%. Mekkora a portfoliója hozama és kockázata?

Megoldás: hozam: 23% kockázat: 20%

A portfolió hozama mindig súlyozott számtani átlag. Most épp mindkét elem súlya a portfolión belül 0,5.

$r_{portfolió}=\Sigma(p_{1i}\times r_{1i})$, ahol

r_{1i} az egyes portfolió elemek várható hozama,

p_{1i} az egyes elemek súlya a portfolión belül.

$r=0{,}5\times 20\%+0{,}5\times 26\%=23\%$

A kockázat általában kisebb, mint a portfolió elemek kockázatának súlyozott számtani átlaga, kivéve, ha az egyik elem kockázatmentes. Ez utóbbi esetben a portfolió kockázata:

$\sigma_{portfolió} = \sigma_{kockázatos\ elem} \times w_{kockázatos\ elem}$, ahol

w az egyes elemek súlyaránya,

σ az egyes részvények várható hozamának szórása.

$\sigma=0,5\times20\%=10\%$

47. Egy befektető 1mFt értékben 30%-os kockázatú (szórású) részvényt vásárol, fele részben kockázatmentes hitelből. A részvény várhat6 hozama 40%, a hitel kamatlába 25%. Mekkora a befektetett saját pénzének hozama és kockázata?

Megoldás: hozam: 55% szórás: 60%

I. Ezúttal is kételemű portfoliónak foghatjuk fel a befektetésünket, jóllehet az eszközoldalon csak egy befektetésünk van. A felvett kockázatmentes hitel a forrásoldalon szerepel, de így is befolyásolja saját pénzünk hozamát és kockázatát. Portfolió elvvel értelmezve: a részvény aránya a saját pénzünkhöz képest: $w_{részvény}=200\%$.

A hitel aránya a saját pénzünkhöz képest: $w_{hitel}=-100\%$ (hiszen nem befektettünk, hanem negatív befektetést, hitelfelvételt csináltunk).

A két arány összege: 200%+(-100%)=100%, tehát a súlyok összege 1. Ez alapján:

$r_{portfolió}=\Sigma(W_{1i}\times r_{1i})=200\%\times40\%+(-100\%)\times25\%=55\%$

$\sigma_{portfolió}=\sigma_{kockázatos\ elem} \times w_{kockázatos\ elem}=200\%\times30\%=60\%$

(Megjegyzés: mivel a korreláció és a kovariancia egyaránt nulla.)

II. Hozam: kapunk 1mFt után 40%-ot, ki kell fizetni 0,5mFt után 25%-ot.

Nyereség: 1mFt×0,4-0,5mFt×0,25=0,275mFt

Befektetett tőke: 0,5mFt

Hozam = nyereség / befektetett tőke: 0,275mFt/0,5mFt=55%

Kockázat: ha kockázatmentes hitelt veszünk fel, akkor a tőkeáttétellel könnyen számolható. Tőkeáttétel: a saját pénzünk hányszorosát mozgatjuk befektetéseinkkel. Képletben:

összes eszköz / saját tőke = 1mFt/0,5mFt=2

Saját tőke kockázata (ha kockázatmentes a tőkeáttétel):

eszközök kockázata × tőkeáttétel

Most figyelembe véve, hogy az eszközoldal (a részvény) kockázata 30%, a sajáttőke kockázata: 30%×2=60%

48. Mit jelent az, ha egy befektetés bétája -1?

a) A befektetés várható hozama -1%, ha a piaci hozam megegyezik a kockázatmentes hozammal.

b) Ha a piaci hozam 1%, a befektetés hozama várhatóan -1% lesz.

c) Ha a piaci hozam emelkedik, akkor a mi befektetésünk hozama várhatóan negatív lesz.

d) Ha a piaci hozam 1 százalékponttal nő, a mi befektetésünk hozama várhatóan 1 százalékponttal csökken.

Megoldás: d)

Az értékpapír-piaci egyenes egyenlete: $r_x=r_f+\beta_x\times(r_m-r_f)$, ahol

r_x az X részvény (befektetés) várható hozama,

r a kockázatmentes hozam,

r_m a piaci portfolió várható hozama.

A béta definíció szerint azt méri, hogy ha a piaci hozam (a piaci átlagos hozam) 1 százalékponttal emelkedik, várhatóan hány (béta) százalékponttal változik az adott befektetés hozama. Ez nem biztos eseményt jelent, csak: a múltbeli adatokon alapuló becslést a jövőre nézve.

A definíció szerint egy negatív bétájú befektetés hozama várhatóan, ellentétesen fog mozogni a piacéval, azaz emelkedni fog, ha a piacé csökken; és ha a piacé emelkedik, az övé fog csökkenni. Ebből persze nem következik; hogy a hozama negatív lesz, csak az, hogy várhatóan csökkenni fog.

49. Milyen hatással jár a portfolió diverzifikálása?

a) Csökkenthető a portfolió egyedi kockázata.

b) Csökkenthető a portfolió piaci kockázata.

c) Növelhető az elvárt hozam.

d) Csökkenthető a portfolióban lévő részvények kockázata.

Megoldás: a)

A válaszhoz lássunk néhány definíciót:

Teljes kockázat: az adott befektetés vagy portfolió várható hozamainak szórása.

Egyedi kockázat: a teljes kockázatból a diverzifikációval, portfolióképzéssel megszüntethető rész. Szokás diverzifikálható-kockázatnak is nevezni. Az egyedi kockázat a piaci hozammozgásoktól független hozammozgásokat mutatja. Ezek közé rendkívüli, illetve egyedi hatású események kockázatai tartoznak (pl. vezetőváltás, gyárleégés, találmány, stb.).

Piaci (szisztematikus) kockázat: az a kockázat, ami diverzifikációval nem szüntethető meg, másképpen: az adott befektetés kockázatából a piaci portfolió hozamváltozásával együtt mozgó, a piac teljes kockázatába belejátszó, a piaci kockázatba beépülő rész. A piaci kockázatra a leggyakrabban használt mérőszám az egyes befektetések bétája.

És most nézzük a válaszlehetőségeket:

a) A diverzifikáció definíciószerűen csökkenti a portfolió egyedi kockázatát.

   Mivel az egyedi kockázatok egymástól független eseményként foghatók fel, a portfolióképzés ezeket a független hatásokat akár nulláig is lecsökkentheti.

b) A portfolió piaci kockázata diverzifikációval nem csökkenthető; A portfolió piaci kockázata az alkotóelemei piaci kockázatának súlyozott átlaga.

   Képletben:

   $\beta_{portfolió}=\Sigma(w_i\times\beta_i)$, ahol

   w_i az egyes befektetések súlya (értékaránya) a portfolión belül,

   az egyes befektetések bétája.

c) A diverzifikáció csak a kockázat csökkentésére képes. A hozam a benne szereplő befektetések hozamának súlyozott átlaga, az magának a diverzifikációnak köszönhetően nem változik.

d) A részvényeknek sem a teljes kockázata, sem az egyedi kockázata, sem a piaci kockázata a portfolióképzésnek köszönhetően nem változik. Csak a mi pénzünk, azaz a portfolió egészének kockázata változik meg az egyes alkotórészek kockázatához képest.

50. CAPM alapján egy olyan alapvető építőipari alapanyagokat gyártó céget kell értékelnie, amelynek teljesítménye erősen függ az egész gazdaság konjunktúrájától. Milyen bétája lehet ennek a gyárnak?

a) negatív

b) gyenge pozitív

c) nullához közeli

d) erős pozitív

Megoldás: d)

A konjunktúrafüggő befektetések hozamai együttmozognak a piaci portfolió hozamaival, vagyis bétájuk pozitív. Nagy biztonsággal és várhatóan kifejezetten erősen reagálnak a piaci hozamok változására, tehát nagy pozitív bétával fognak rendelkezni. Az építőipar tipikusan ilyen, a piaci fellendülésekkel és leszállásokkal szorosan együttmozgó iparág.

51. A részvénypiaci elvárt hozam 30%, az állampapírok elvárt hozama 20%, az Alfa papír becsült bétája 0,6, hozamának szórása 25%. Mekkora az Alfa részvény elvárt hozama a CAPM alapján?

Megoldás: 26%

Mivel $r_x=r_f+\beta_x\times(r_m-r_f)$, ez alapján: $r_{Alfa}=20\%+0{,}6\times(30\%-20\%)=26\%$.